การพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นางสาววิไลวรรณ สีแดด
รหัส : 21502

โครงการวิจัยและพัฒนานวัตกรรมแลกเป้า
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

สารบัญ

หน้า

บทที่

1 บทนำ

1.1 หลักการและเหตุผล 3

1.2 วัตถุประสงค์ 6

1.3 สมมติฐานการวิจัย 6

1.4 ขอบเขตการวิจัย 7

1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ 7

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย 8

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจ 9

2.2 โปรแกรม GeoGebra ในการเรียนการสอน 10

2.3 GeoGebra Applet 11

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 23

3 วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 30

3.2 แบบแผนการวิจัย 31

3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 31

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 45

3.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล 51

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 51

บทที่ 1
บทนำ

1.1 หลักการและเหตุผล

จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา มีวิสัยทัศน์ เพื่อมุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติ ให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลกยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อ การประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ บนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ และการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ชั้นมัธยมศึกษา 4-6) มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้สำรวจความถนัดและความสามารถของตนเอง ส่งเสริมการพัฒนาบุคลิกภาพส่วนตน มีทักษะในการคิดอย่างมีวิจารณาญาณ คิดสร้างสรรค์ และคิดแก้ปัญหา มีทักษะในการดำเนินชีวิต มีทักษะการใช้เทคโนโลยีเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองเรียนรู้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิตและใช้เวลาอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งมีความยืดหยุ่นสนองความต้องการของผู้เรียน ชุมชน สังคมและประเทศชาติ ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ทุกเวลา ทุกสถานที่และเรียนรู้ได้จากสื่อการเรียนรู้ทุกประเภท โดยเฉพาะเน้นสื่อที่ผู้เรียนและผู้สอนใช้ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง (กลุ่มพัฒนากระบวนการเรียนรู้, 2553: 5-22) และยังส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะที่สำคัญ 5 ประการ ได้แก่ ความสามารถในการสื่อสาร ความสารถในการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) การที่จะดำเนินการให้ได้ตามวัตถุประสงค์ดังกล่าวจำเป็นจะต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้ในศาสตร์สาขาต่าง ๆ ซึ่งคณิตศาสตร์ ถือว่ามีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551: 1)

จากในปี พ.ศ. 2558 ประเทศไทยได้ก้าวเข้าสู่ประชาคมอาเซียน ซึ่งในกลุ่มประเทศมีจุดมุ่งหมายสำคัญร่วมกันในการยกระดับการแข่งขันของภูมิภาค การร่วมแบ่งปันทรัพยากรทางการศึกษาระหว่างกัน

ประเทศไทยจึงมีความจำเป็นที่ต้องพัฒนากำลังคนให้เป็นมาตรฐานเทียบกับอาเซียนหรือนานาชาติ ตลอดจนเตรียมความพร้อมประชากรวัยเรียนให้มีทักษะเพื่อการดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 ซึ่งหมายความว่า เรียนรู้เพื่อให้ได้วิชาแกนและแนวคิดสำคัญในศตวรรษที่ 21 ซึ่งต้องได้ทั้งสาระวิชาและได้ทักษะ 3 ด้าน คือ ทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม ทักษะด้านสารสนเทศ สื่อและเทคโนโลยีทักษะชีวิตและอาชีพ เพื่อความสำเร็จทั้งด้านการทำงานและการดำเนินชีวิต (สำนักงานบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย) และจากความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีคอมพิเตอร์และอินเตอร์เน็ต ได้เปลี่ยนโฉมโครงสร้างทางสังคมและเศรษฐกิจของโลกให้เป็นชุมชนแห่งการติดต่อ สื่อสารที่ไร้พรมแดน ด้วยปริมาณข้อมูลจำนวนมหาศาลที่ถูกส่งผ่านในแต่ละวัน ได้เอื้อประโยชน์ต่อความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศ ตลอดจนการพัฒนาการศึกษาซึ่งเป็นปัจจัยเบื้องต้นต่อการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคม อีกทั้งปัจจุบันความเจริญทางเทคโนโลยีสารสนเทศได้พัฒนาการไปอย่างรวดเร็ว ทำให้มีการนำเทคโนโลยีสารสนเทศโดยเฉพาะเทคโนโลยีด้านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ หรืออินเตอร์เน็ตมาใช้ในการเรียนการสอน ซึ่งถือเป็นนวัตกรรมใหม่ทางการศึกษา ทำให้เทคโนโลยีอินเตอร์เน็ตได้รับการเผยแพร่เข้าสู่การศึกษาในทุกระดับ สถานศึกษาต่างเชื่อมต่อเครือข่ายคอมพิวเตอร์ของหน่วยงานสู่อินเตอร์เน็ต เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ผู้สอนได้มีโอกาสเข้าถึงแหล่งข้อมูลความรู้ในโลกภายนอกโดยผ่านทางเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ทำให้นักการศึกษาหลายคนเกิดความคิดที่จะนำเทคโนโลยีอินเทอร์เน็ตเข้ามาใช้ในการเรียนการสอนในห้องเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น ใช้สืบค้นข้อมูล ใช้ในการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้ในรูปของกระดานข่าว หรือ ทางสื่อสังคม (Social Media)

จุดเด่นของการใช้งานเครือข่ายอินเทอร์เน็ตคือการนำเสนอข้อมูลที่สามารถนำเสนอได้ทั้งข้อความ รูปภาพทั้งภาพนิ่ง และภาพเคลื่อนไหว และในรูปของเสียง ที่สามารถดึงดูดความสนใจมีชีวิตชีวา ในด้านการศึกษาก็สามารถแก้ไขข้อจำกัดทางด้านเวลาและสนองต่อความต้องการของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี จะเรียนได้ช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับตัวนักเรียนเอง โดยไม่จำกัดเวลาและสถานที่ ทำให้นักเรียนมีกำลังใจในการเรียน จึงได้รับความนิยมและมีการพัฒนาเผยแพร่ไปอย่างมาก หน่วยงานทางการศึกษาหลายหน่วยงานได้ใช้ประโยชน์ของเครือข่ายอินเทอร์เน็ตในการประชาสัมพันธ์หน่วยงานในการส่งเสริมภาพพจน์ และในลักษณะของการเรียนการสอนโดยผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

ในปัจจุบันเป็นที่ยอมรับกันว่า เวกเตอร์เป็นเครื่องมือที่ดียิ่งที่ใช้อธิบายความคิดสำคัญทางเรขาคณิต ฟิสิกส์ และวิชาวิศวกรรมศาสตร์เป็นอย่างมาก การพิสูจน์ทฤษฎีบทหลายทฤษฎีบทกระทำได้ง่ายและรัดกุมเมื่อใช้เวกเตอร์ นอกจากนั้นเวกเตอร์ยังมีประโยชน์ในการศึกษาโครงสร้างของคณิตศาสตร์และเป็นรากฐานของคณิตศาสตร์ขั้นสูง เวกเตอร์ในสามมิติ (Vector in three dimensions) มีบทบาทสำคัญเกือบทุกแขนงวิชา เป็นเนื้อหาใหม่ที่นำมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาเพิ่มเติมช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5) (กนกวรรณ อุดมมาก, 2553) เวกเตอร์ (Vector) เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีเนื้อหาที่มี

ลักษณะเป็น นามธรรมเกี่ยวกับเรขาคณิต (Geometry) และพีชคณิต (Algebra) เวกเตอร์ หมายถึง ปริมาณสเกลาร์ และปริมาณเวกเตอร์ จากการสำรวจข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับการสอนเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติของโรงเรียนกระสังพิทยาคม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 พบว่าครูคณิตศาสตร์ที่ทำการสอนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติประสบปัญหาเกี่ยวกับการสอนเรื่องนี้ กล่าวคือ ครูไม่มีวิธีการสอนที่เหมาะสม และครูไม่มีสื่ออุปกรณ์ช่วยในการสอน อย่างไรก็ตาม การแก้ปัญหาการจัดการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติจำเป็นต้องใช้เวลาในการศึกษา วิจัยเพื่อหาแนวทางและวิธีการแก้ปัญหาโดยเฉพาะอย่างยิ่ง การทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ จากเทคโนโลยีเป็นส่วนหนึ่งที่มีความสำคัญสำหรับกระบวนการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000) (M. Hohenwarter, J. Preiner, 2007) และเป็นเครื่องมือที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 การใช้เทคโนโลยีในกระบวนการเรียนการสอนมีส่วนทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงบริบทในชั้นเรียนโดยเปลี่ยนจากครูเป็นศูนย์กลางการเรียนการสอน (Teacher centered approach) มาเป็นนักเรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนการสอน (Student centered approach) (สุทิน บับภาวะตา, 2558) จาก GeoGebra เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นพลวัต (Dynamic) มีความยืดหยุ่นสูง อีกทั้งยังเป็น Freeware จึงสามารถนำไปใช้โดยไม่ต้องคำนึงถึงลิขสิทธิ์ คำว่า GeoGebra มาจากคำว่า Geometric ผสมกับคำว่า Algebra นั่นคือ โปรแกรมนี้มีคุณสมบัติการใช้งานทั้งด้านเรขาคณิตและพีชคณิต ความแตกต่างของโปรแกรมนี้กับโปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัตโปรแกรมอื่น คือ การสร้างกราฟภาคตัดกรวยได้เพียงการคลิก (พงศักดิ์ วุฒิสันต์, 2556) และในปัจจุบัน GeoGeobra ถูกพัฒนาขึ้นโดย Markus Hohenwarter ตั้งแต่ปี 2001 ต่อมาในปี 2007 Michael Borcherds ได้พัฒนาต่อมาจนเป็นที่นิยมแพร่หลายไปทั่วโลก ได้รับการแปลเป็นภาษาต่าง ๆ และได้รับการสนับสนุนจากสถาบันการศึกษาหลายแห่งทั่วโลก ปัจจุบัน GeoGebra ถูกพัฒนาขึ้นเป็น Version 5 ซึ่งมีความสามารถในการสร้างสื่อสามมิติ เป็นเอกลักษณ์พิเศษที่เพิ่มเข้ามาอีกหนึ่งอย่างของโปรแกรมคณิตศาสตร์โปรแกรมนี้ (วุฒิชัย ภูดี และนครราช อันสุข, 2558)

จากการศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติที่ผู้วิจัยสอนพบว่า เนื้อหาวิชาค่อนข้างเป็นนามธรรม นักเรียนขาดความสนใจและความเข้าใจในเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ส่งผลให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ อยู่ในระดับต่ำ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงหาแนวทางใหม่ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว และพบว่าการใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นทางเลือกหนึ่งที่อาจจะนำมาใช้แก้ไขปัญหานี้ได้ ดังที่มีงานวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษารับรองประสิทธิภาพของการใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการสอน เช่น งานวิจัยของเมธาสิทธิ์ ธัญรัตนศรีสกุล, วุฒิชัย ภูดี และปิยะวุฒิ ศรีชนะ และจากที่ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่าน

GeoGebra Applet ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 พบว่าเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติเพิ่มมากขึ้น แต่ยังขาดชุดกิจกรรมที่ใช้ประกอบในการใช้ GeoGebra Applet ที่สมบูรณ์ ดังนั้น เพื่อเป็นการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นอันส่งผลต่อความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเป็นการพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรม และเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมเสริม เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet ผู้วิจัยจึงได้ดำเนินการศึกษาวิจัยในครั้งนี้

1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนเรียนและหลังเรียนที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมเสริม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet

1.2.3 เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมเสริม เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet

1.3 สมมติฐานการวิจัย

1.3.1 ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพตามสูงกว่าเกณฑ์

1.3.2 นักเรียนที่เรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมเสริม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet มีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

1.3.3 นักเรียนมีที่เรียนด้วยชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet มีความพึงพอใจต่อชุดกิจกรรมในระดับดีมาก

1.4 ขอบเขตการวิจัย

1.4.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.4.1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา เขต 32 ประจำภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 7 ห้อง รวมทั้งสิ้น 274 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องเป็นนักเรียนคละความรู้ ความสามารถ

1.4.1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 1 ห้องเรียน โดยได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

ขั้นตอนการสุ่มเริ่มจากทำฉลากหมายเลขห้อง 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 และ 8 จากนั้นทำการสุ่มหยิบฉลากขึ้นมา 2 ใบ ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่าง 1 กลุ่ม จำนวน 40 คน จากนั้นดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet

1.4.2 ตัวแปรที่ศึกษา

1.4.2.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

1.4.2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

- ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet
- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ
- ความพึงพอใจต่อชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet

1.5 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.5.1 ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet หมายถึง ชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างและพัฒนาขึ้นเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ผ่าน GeoGebra Applet ซึ่งแต่ละชุดกิจกรรมประกอบด้วยชื่อหน่วยการเรียน คำชี้แจง ผลการเรียนรู้ เวลาที่ใช้ วัสดุอุปกรณ์ กิจกรรมและแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม

1.5.2 ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม หมายถึง ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ของชุดกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet โดย 80 ตัวแรก คือ คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการตอบคำถามที่ทำแบบทดสอบท้ากิจกรรม แต่ละหน่วยการเรียนรู้คิดเป็นร้อยละ ไม่ต่ำกว่า 80 และ 80 ตัวหลัง คือคะแนนเฉลี่ยของการตอบคำถามในแบบทดสอบหลังเรียนทุกกิจกรรม คิดเป็นร้อยละไม่ต่ำกว่า 80

1.5.3 GeoGebra หมายถึง โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นพลวัต (Dynamic) มีความยืดหยุ่นสูง อีกทั้งยังเป็นฟรีแวร์ จึงสามารถนำไปใช้โดยไม่ต้องคำนึงถึงลิขสิทธิ์ คำว่า GeoGebra มาจากคำว่า Geometric ผสมกับคำว่า Algebra นั่นคือ โปรแกรมนี้มีคุณสมบัติการใช้งานทั้งด้านเรขาคณิตและพีชคณิต ความแตกต่างของโปรแกรมนี้กับโปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัตโปรแกรมอื่น คือ การสร้างกราฟภาคตัดกรวยได้เพียงการคลิก ไม่ต้องใช้การสร้างฟังก์ชันให้เกิดความยุ่งยาก อีกทั้งยังสามารถแสดงสมการภาคตัดกรวยเป็นรูปทั่วไปหรือสมการมาตรฐานของกราฟนั้นได้อีกด้วย โปรแกรม GeoGebra ถูกพัฒนาขึ้นโดย Markus Hohenwarter ตั้งแต่ปี 2001 ต่อมาในปี 2007 Michael Borcherds ได้พัฒนาต่อมาจนเป็นที่นิยมแพร่หลายไปทั่วโลก ได้รับการแปลเป็นภาษาต่าง ๆ และได้รับการสนับสนุนจากสถาบันการศึกษาหลายแห่งทั่วโลก ปัจจุบัน GeoGebra ถูกพัฒนาขึ้นเป็น Version 5 ซึ่งมีความสามารถในการสร้างสื่อสามมิติ เป็นเอกลักษณ์พิเศษที่เพิ่มขึ้นเข้ามาอีกหนึ่งอย่างของโปรแกรมนี้ (Markus Hohenwarter)

1.5.4 GeoGebra Applet หมายถึง สื่อการสอน เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติที่สร้างจากโปรแกรม GeoGebra แล้วอัพโหลดลงในเว็บ www.geogebra.org

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1.6.1 ได้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

1.6.2 สร้างความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียนให้ดีขึ้น เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพ

1.6.3 เป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หรือวิชาอื่น ๆ

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่าน GeoGebra Applet ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังรายระเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

2.1 โปรแกรม GeoGebra ในการเรียนการสอน

2.2 GeoGebra Applet

2.3 ความหมายของชุดกิจกรรม

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 โปรแกรม GeoGebra ในการเรียนการสอน

2.1.1 การใช้โปแกรมคอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอน

การพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว โดยปัจจุบันได้มีการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนมากขึ้น โดยการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนมีความสำคัญและมีประโยชน์ดังนี้ (ศรีศักดิ์ จามรมาน, 2535)

2.1.1.1 ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนมากขึ้น ทำให้มีความสนใจและมีความกระตือรือร้นมากขึ้น

2.1.1.2 ทำให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีเรียนได้หลายแบบ ทำให้ไม่น่าเบื่อ

2.1.1.3 ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ลดการท่องจำ

2.1.1.4 ทำให้เกิดการปรับปรุง เปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน

2.1.1.5 ทำให้นักเรียนมีอิสระในการเรียน

2.1.1.6 ทำให้นักเรียนสามารถสรุปหลักการได้

การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มี 3 ลักษณะ (วรรณวิภา สุทธเกียรติ, 2542)

(1) พัฒนาบทเรียนโดยการสร้างด้วยโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น พัฒนาโดยใช้ภาษา Basic Fortran Visual Basic Maple เป็นต้น ปัญหาที่พบในกรณีนี้ คือ ผู้พัฒนาต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์สูงและจำเป็นต้องใช้เวลาในการพัฒนามาก

(2) พัฒนาบทเรียนจากโปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่น โปรแกรมไทยทัศน์บนภาพกราฟริก มีรูปแบบตัวอักษรต่าง ๆ มีภาพสามมิติ ลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่งต่าง ๆ นำเสนอ

เนื้อหา ตัวอย่างการทำงาน การสร้างภาพและเสียงประกอบคำถามและการฝึกปฏิบัติ แต่ปัญหาที่พบคือ ผู้พัฒนาส่วนมากจะสร้างบทเรียนสั้น ๆ แต่การพัฒนารูปแบบทางเรขาคณิตประกอบการคำนวณต้องใช้เวลามากและต้องเรียนรู้เชื่อมโยงโปรแกรมเข้าด้วยกัน

(3) พัฒนาจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีจำหน่ายทั่วไป ที่เหมาะสมกับงานแต่ละงาน เช่น Microsoft Excel เหมาะกับการคำนวณในลักษณะของแถวหรือหลัก Microsoft Word เหมาะสำหรับการทำเอกสาร Mathmatica Mathcad และ Mathlab ทั้งสามโปรแกรมนี้เหมาะสมกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ในแง่ของสัญลักษณ์ การเขียนกราฟของฟังก์ชัน การคำนวณของแคลคูลัสชั้นสูง

2.1.2 โปรแกรม GeoGebra

Hohenwarter, M.and Preiner, J. (2007) โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์แบบผสมผสานที่มีความนิยมทั่วโลก เติบโตอย่างรวดเร็วโดยเฉพาะอย่างยิ่งในยุโรปและอเมริกาเหนือ เป็นโครงการวิทยานิพนธ์ของ Markus Hohenwarter's ที่มหาวิทยาลัย Salzburg ประเทศออสเตรีย สร้างจากแนวคิดพื้นฐานเพื่อการพัฒนาโปรแกรมด้านเรขาคณิต เช่น Cabri Geometry Sketchpad Geometer และพีชคณิตระบบคอมพิวเตอร์ต่าง ๆ โดยบูรณาการที่ง่ายต่อการใช้งานสำหรับสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์

Hohenwarter ยังคงพัฒนาโปรแกรม GeoGebra จนได้รับปริญญาเองด้วยโครงการตรวจสอบการใช้งานของโปรแกรม GeoGebra ในการสอนโรงเรียนในออสเตรีย ปัจจุบันเป็นอาจารย์ที่มหาลัยฟลอริดาแอตแลนติก (FAU) และเริ่มทำงานในโครงการฝึกอบรมครู ได้รับทุนจากมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติของ (NSF) วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ Partnershisp (MSP) โครงการวิจัยโปรแกรม GeoGebra มุ่งเน้นไปที่เนื้อหาความรู้ครูส่งเสริมคณิตศาสตร์ และการปฏิบัติการเรียนการสอนผ่านเทคโนโลยี

ตั้งปี 2002 เป็นต้นมาครูจำนวนมากสนใจในการใช้โปรแกรม GeoGebra ให้การจัดการเรียนการสอน Hohenwarter ได้รับเชิญจากสมาคมครูมหาวิทยาลัย และประชุมวิชาการเพื่อนำเสนอเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ในยุโรปและอเมริกาเหนือ นอกจากนี้ มีการแปลมากกว่า 35 ภาษา ปัจจุบัน www.geogebra.org ได้รับผู้เข้าชมประมาณ 300,000 ต่อเดือนจาก 188 ประเทศ และมากกว่าครู 100,000 คน ใช้โปรแกรม GeoGebra ทั่วโลก นอกจากนี้ยังเป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ผสมผสาน สะดวก ง่ายต่อการใช้งาน ในด้านคณิตศาสตร์ GeoGebra กลายเป็นเครื่องมืออเนกประสงค์มากยิ่งขึ้น และมีประสิทธิภาพสำหรับสอนวิชาคณิตศาสตร์ และการเรียนรู้ (Hohenwarter, M. and Preiner, J., 2007) ปัจจุบัน GeoGeobra ถูกพัฒนาขึ้นเป็น Version 5 ซึ่งมีความสามารถในการสร้างสื่อสามมิติ เป็นเอกลักษณ์พิเศษที่เพิ่มขึ้นเข้ามาอีกหนึ่งอย่างของโปรแกรมนี้

(Markus Hohenwarter) สามารถเข้าศึกษาคู่มือการใช้โปรแกรม GeoGebra ได้ตามลิงค์ http://www.geogebra.org/book/intro-en.pdf

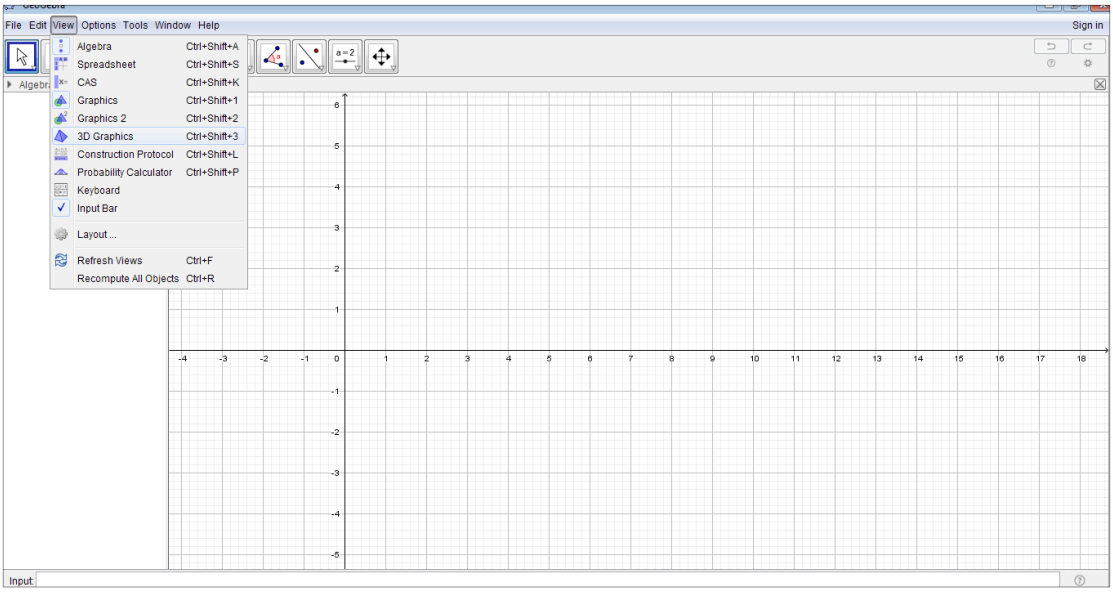
2.2 GeoGebra Applet

Applet ซอฟต์แวร์ชิ้นเล็ก ๆ ที่ใช้งานเฉพาะและรันภายในเว็บเบราเซอร์ ใช้อย่างกว้างขวางในคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรีและสถิติ แอพเพล็ตสามารถเสนอภาพแบบไดนามิกแบบไดนามิกการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และทางสถิติการโต้ตอบที่แอปเพล็ตมีให้ “ขยายและเพิ่ม” พลังการสื่อสารของการเป็นตัวแทนแบบกราฟิกของคณิตศาสตร์แนวคิดแอปเพล็ตมักจะมีการเน้นแนวคิดเฉพาะ ดังนั้นจึงสามารถใช้งานได้เลือกโดยอาจารย์ผู้สอนเพื่อสนับสนุนความเข้าใจในแนวคิดหลักหรือเพื่อเพิ่มพูนความรู้ของผู้สอนเล่าเรื่องหรือเรื่องเล่าเกี่ยวกับการศึกษา พวกเขามีความยืดหยุ่นช่วยให้ใช้ในห้องเรียนหรือโดยนักเรียนนอกชั้นเรียนและโดยปกติจะเป็นเรื่องง่ายสำหรับผู้ใช้โดยไม่มีการฝึกอบรมหรือประสบการณ์ก่อนหน้ากับการใช้งานของพวกเขา แม้ว่าหลายประโยชน์เหล่านี้จะไม่ซ้ำกับแอพเพล็ต แต่ความยืดหยุ่นที่อาจเกิดขึ้นและความสะดวกในการใช้งานที่แอปเพล็ตมีให้เป็นทางเลือกที่นิยมสำหรับทรัพยากรการเรียนรู้ด้วยคอมพิวเตอร์การวิจัยแสดงให้เห็นว่าเครื่องมือที่ใช้คอมพิวเตอร์ เช่นแอพเพล็ตสามารถมีประสิทธิภาพในทางคณิตศาสตร์และสถิติการศึกษา (4) แอพพลิเคชันจำนวนมากมีอยู่บนเว็บ เช่น MERLOT (www.merlot.org) หรือ GeoGebraTube (www.geogebratube.org) แม้ว่าจะมีทรัพยากรที่พวกเขาให้สามารถมีคุณภาพแตกต่างกันแอ็ปเปิ้ลอาจสร้างขึ้นด้วยช่วงของแพลตฟอร์มเทคโนโลยี Java (www.java.com) มีมากที่สุดแพลตฟอร์มทั่วไปสำหรับ Applets ผ่านปลายปี 1990 และ 2000 และยังคงใช้กันอย่างแพร่หลาย อย่างไรก็ตามการปรับปรุงเทคโนโลยีเว็บเบราเซอร์ทำให้แอพเพล็ตสามารถสร้างโดยใช้ HTML5 ได้แล้วรันในเว็บเบราเซอร์โดยไม่ต้องใช้ปลั๊กอินเบราเซอร์เพิ่มเติมหรือซอฟต์แวร์อื่น ๆ

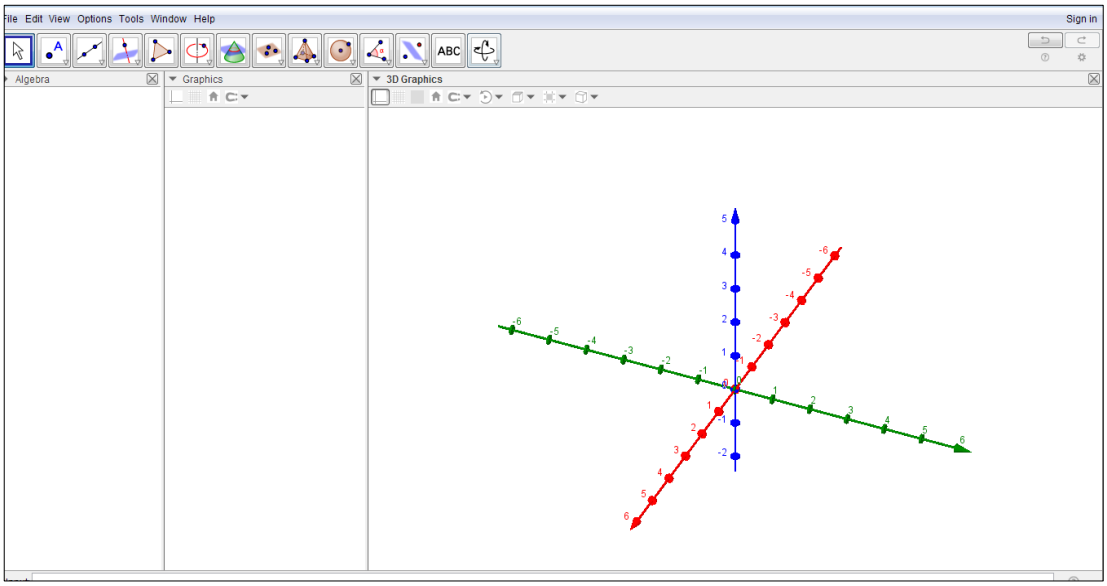
2.2.1 ขั้นตอนการสร้าง GeoGebra Applet

2.2.1.1 การสร้าง GeoGebra Applet Plane

1) เปิดหน้าโปรแกรม GeoGebra > view > 3D Graphics

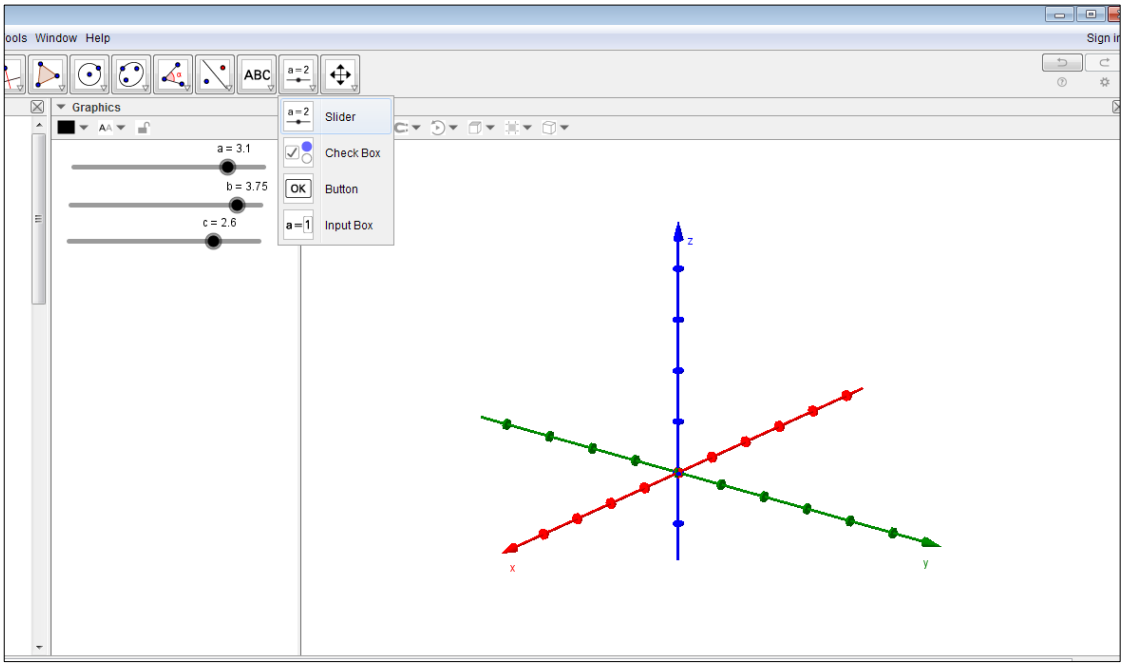


ภาพที่ 2.1 การเปิดหน้าโปรแกรม GeoGebra



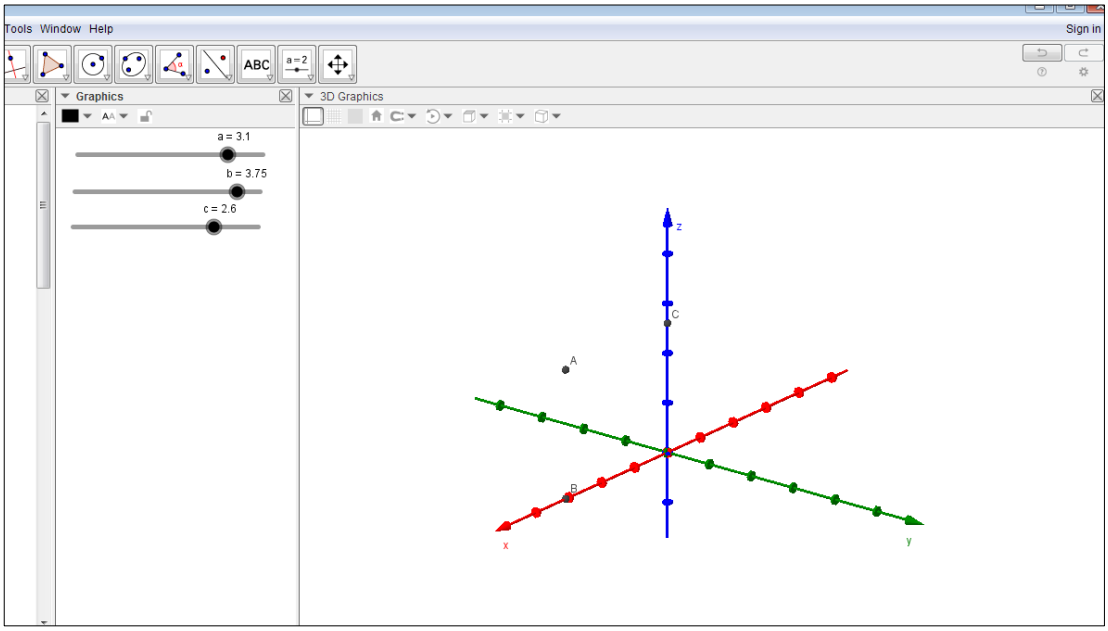
ภาพที่ 2.2 หน้าต่าง 3D Graphics

2) สร้าง Slider



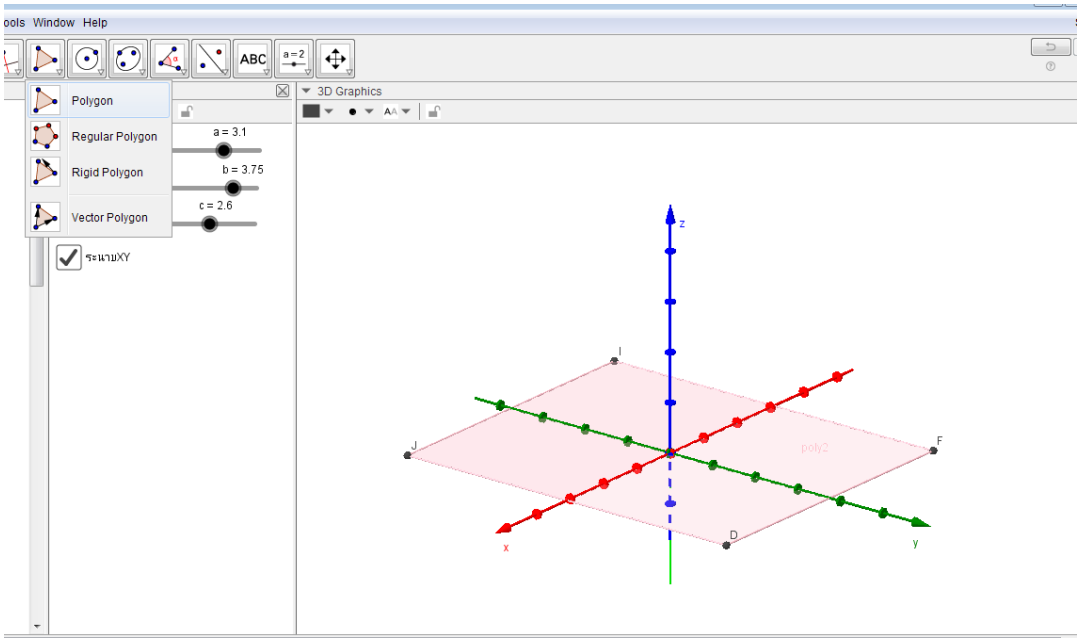
ภาพที่ 2.3 การสร้าง Slider a b และ c

3) สร้างพิกัดในแต่ละอัฐภาค



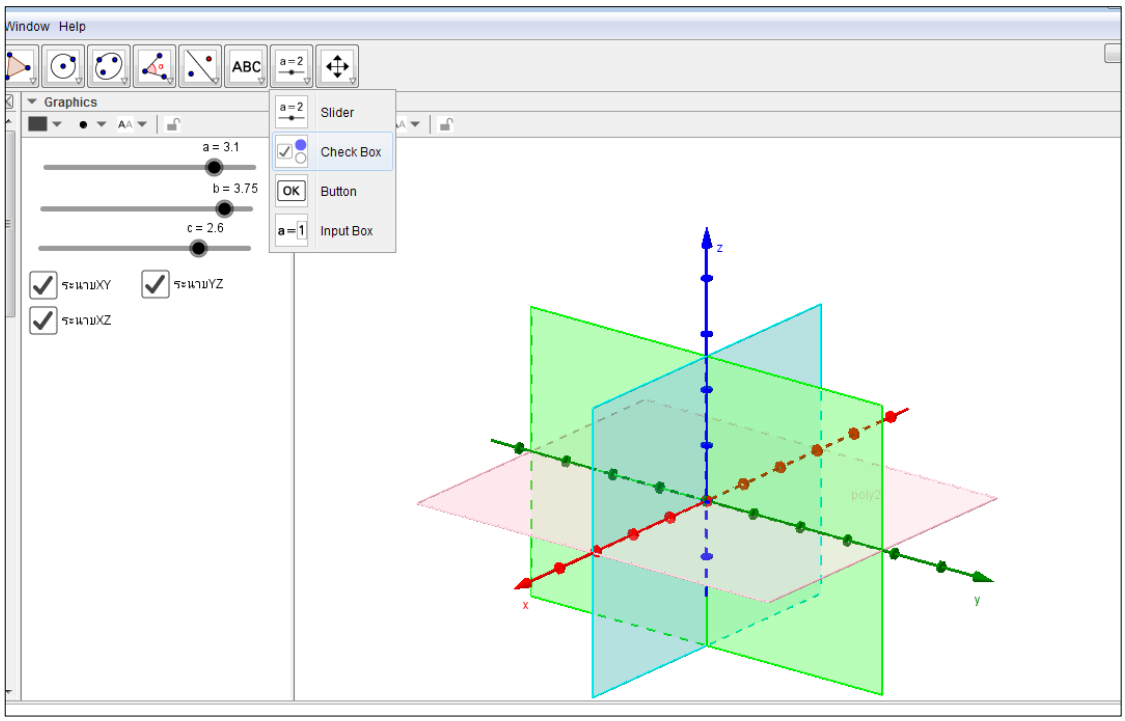
ภาพที่ 2.4 การสร้างพิกัดในแต่ละอัฐภาค

4) สร้างระนาบ XY โดยไปที่ Polygon > คลิกจุดให้ครบทั้ง 4 จุด ทำซ้ำในการสร้างระนาบ XZ และในระนาบ YZ

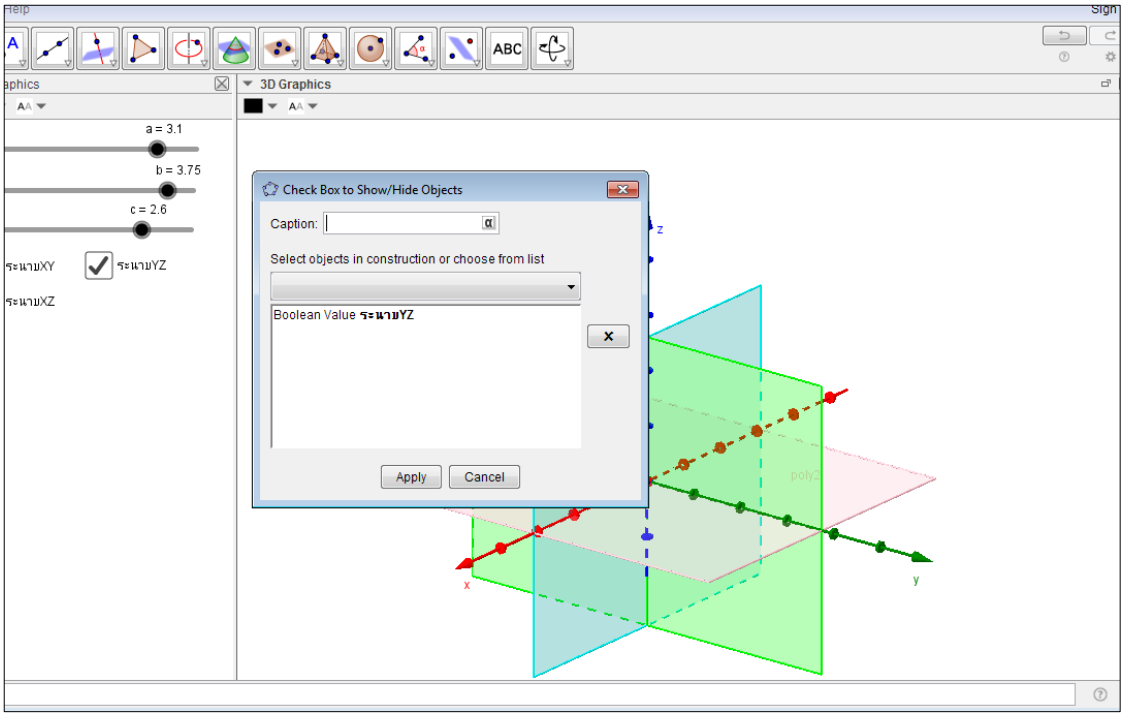


ภาพที่ 2.5 การสร้างระนาบ XY XZ และระนาบ YZ

5) สร้างปุ่มเพื่อให้แสดงทีละระนาบ > Check Boxn > ระบุ objects ที่จะแสดง



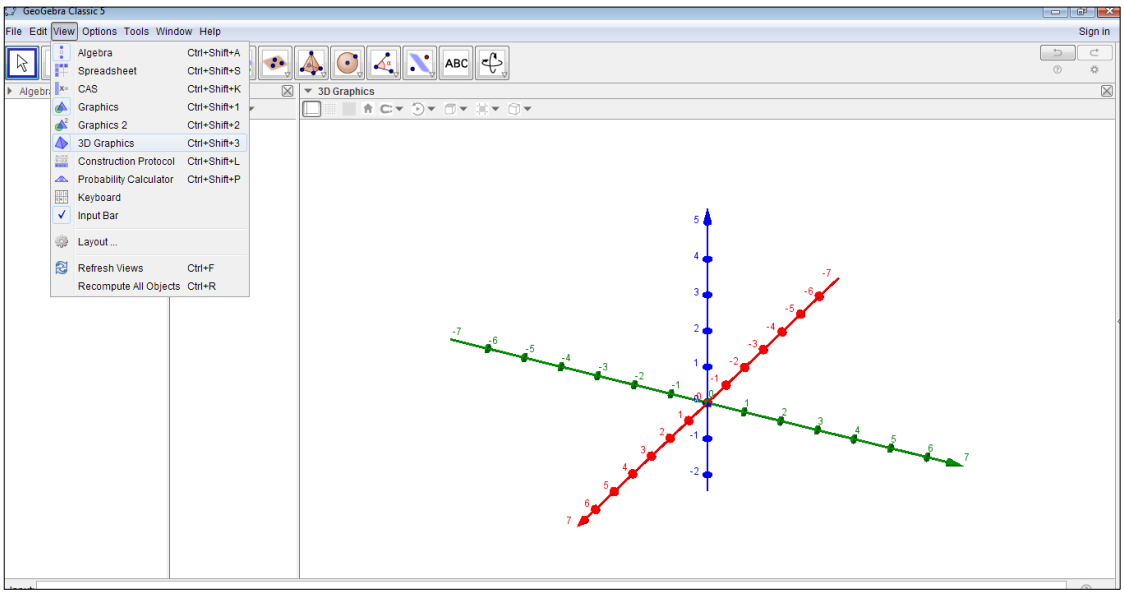
ภาพที่ 2.6 การสร้างปุ่มเพื่อให้แสดงทีละระนาบ



ภาพที่ 2.7 การสร้างปุ่มด้วยคำสั่ง Check Box

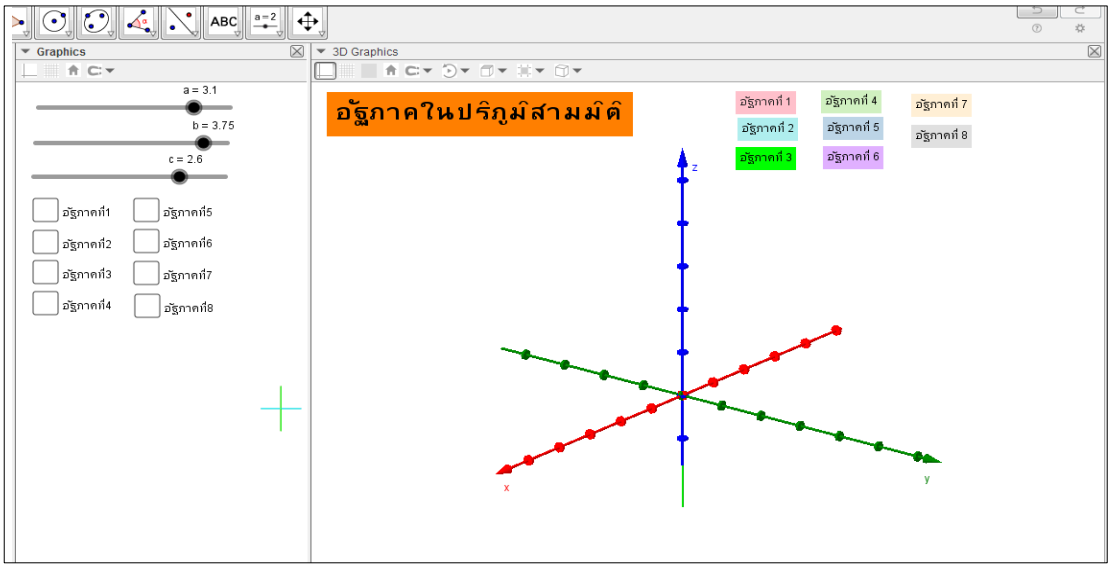
2.3.1.2 ขั้นตอนการสร้าง GeoGebra Applet Octant

1) เปิดหน้าโปรแกรม GeoGebr > view > 3D Graphics



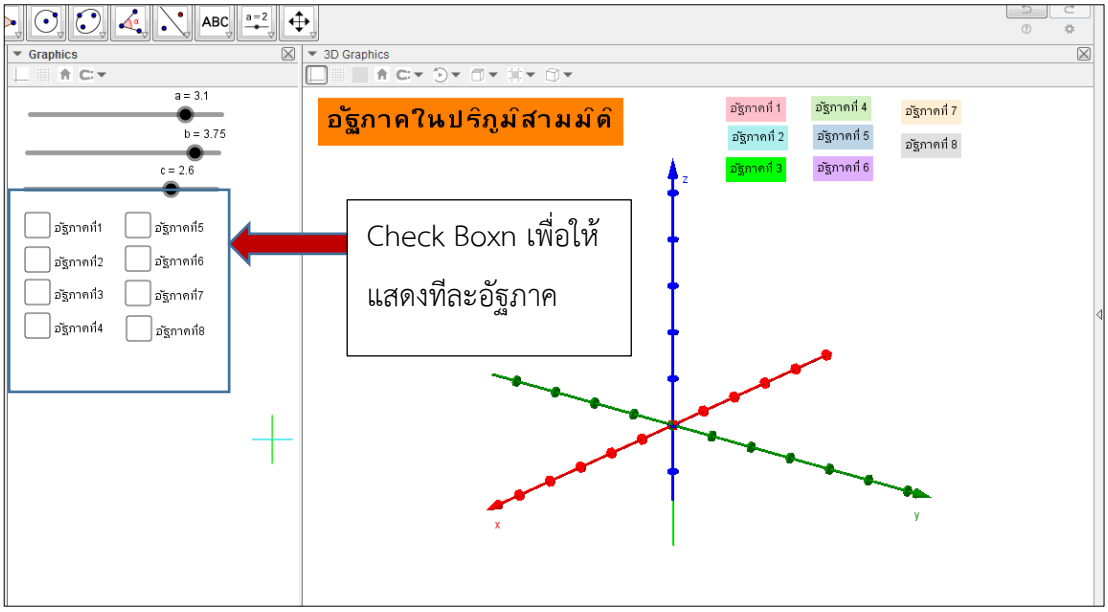
ภาพที่ 2.8 การเปิดโปรแกรม GeoGebra 3D Graphics

2) สร้าง Slider > สร้างพิกัดในแต่ละอัฐภาค > สร้างระนาบ XY โดยไปที่ Polygon > คลิกจุดให้ครบทั้ง 4 จุด ทำซ้ำในการสร้างระนาบ XZ และในระนาบ YZ > สร้างปุ่มเพื่อให้แสดงทีละอัฐภาค > Check Boxn > ระบุ objects ที่จะให้แสดงแต่ละอัฐภาค



ภาพที่ 2.9 อัฐภาคในปริภูมิสามมิติ

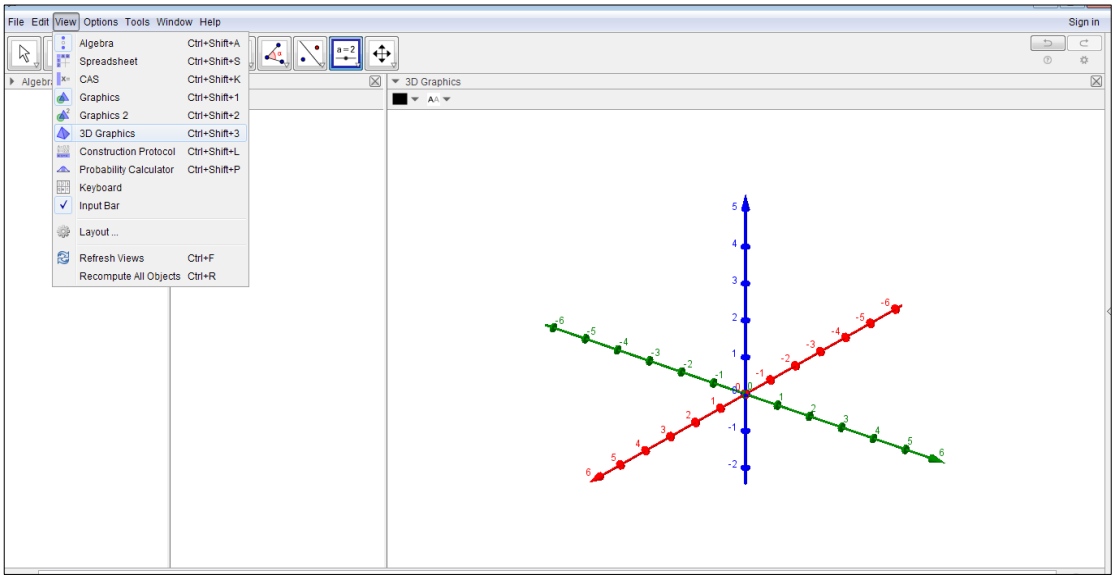
3) การคลิกแสดงที่ละอัฐภาคให้ > Check Boxn



ภาพที่ 2.30 การคลิก Check Box ให้แสดงทีละอัฐภาค

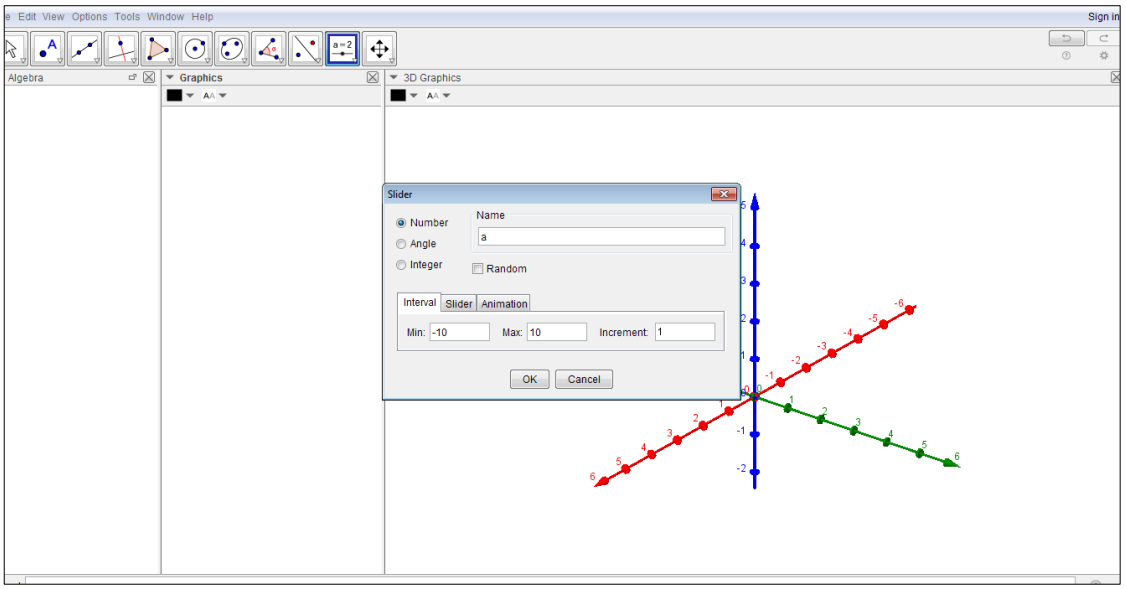
2.3.1.3 ขั้นตอนการสร้าง GeoGebra Applet ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

1) เข้าโปรแกรม GeoGegbra > View > 3D Graphics

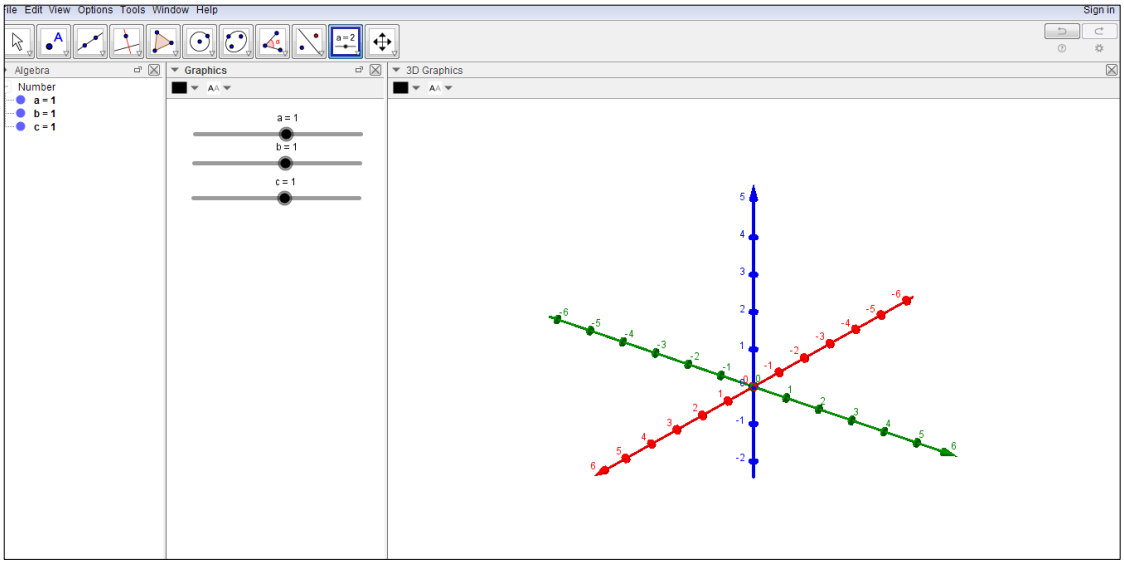


ภาพที่ 2.31 หน้าต่าง 3D Graphics

2) สร้าง Slider a, b และ c โดยเลือกที่ Slider > แล้วคลิกพื้นที่วาง จะขึ้นหน้าต่าง Silder ให้ตั้งชื่อ a กำหนด Interal ค่า Min = -10 Max = 10 และ Incremet = 1 > OK ทำเช่นเดียวกันใน Slider b และ Slider c

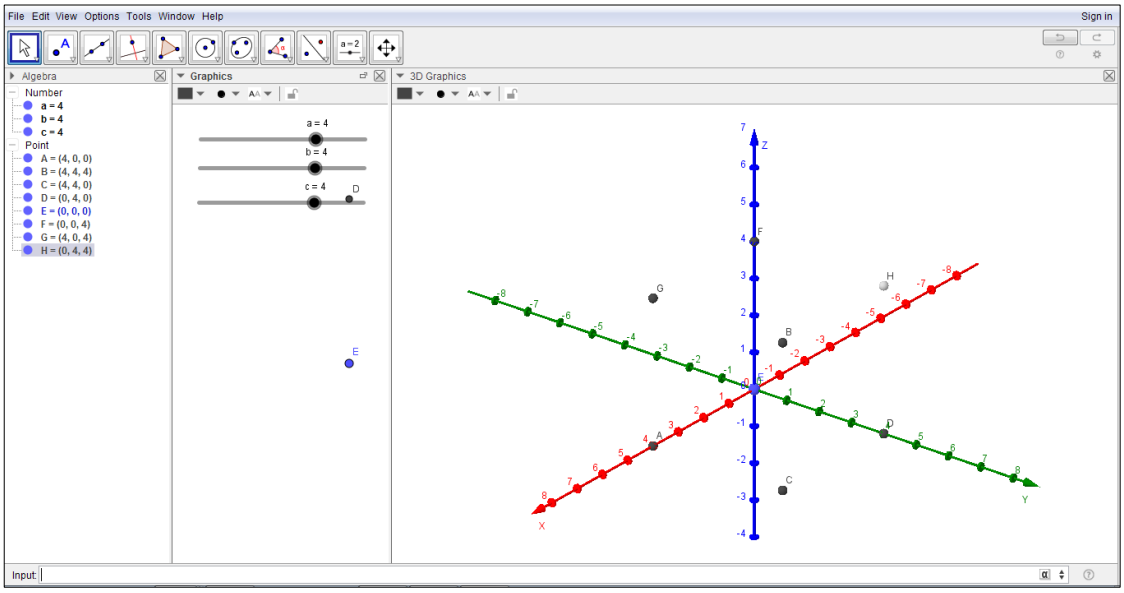


ภาพที่ 2.32 การสร้าง Slider a b และ c



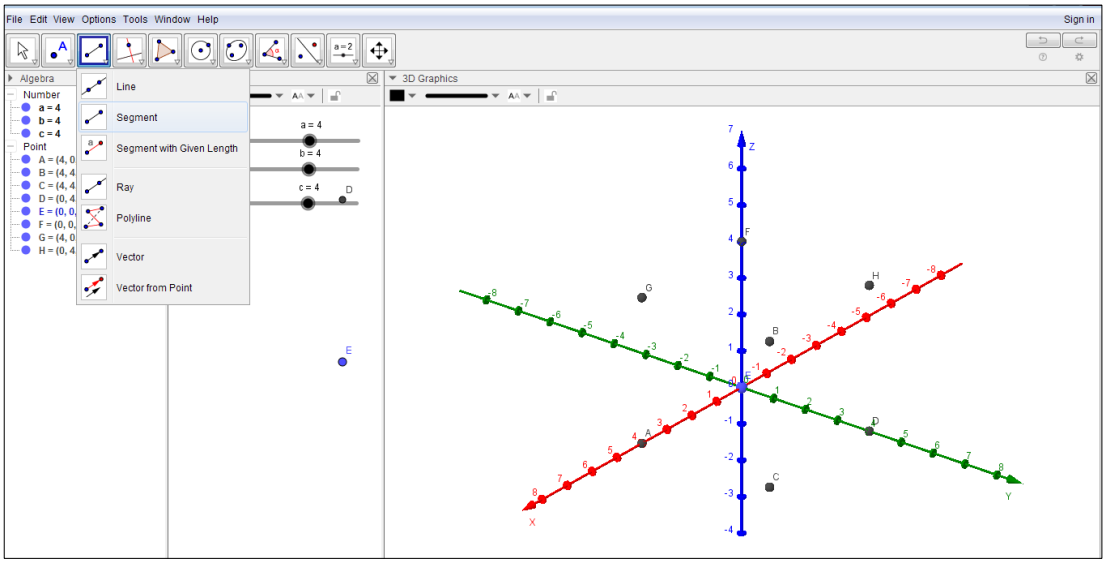
ภาพที่ 2.33 Slider a b และ c

3) สร้างจุดในระบบพิกัดฉากสามมิติโดยพิมพ์จุดพิกัดใน Input ให้ครบ 8 จุด

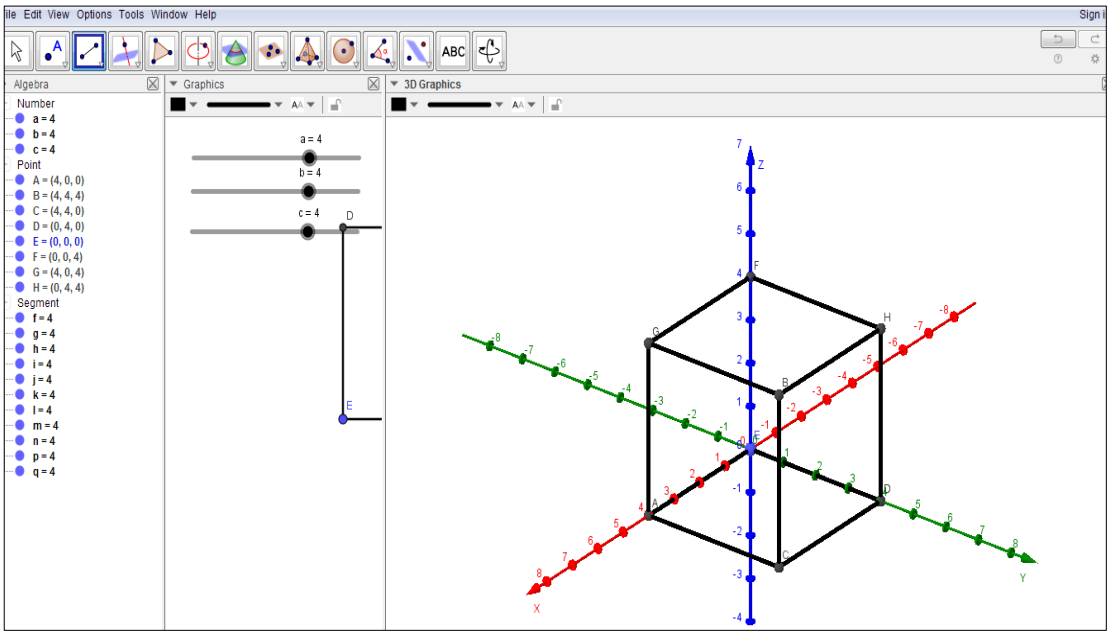


ภาพที่ 2.34 การสร้างจุดในระบบพิกัดฉากสามมิติ

4) สร้าง Segment ระหว่างจุดทั้ง 8 จุด > Segment > จุด

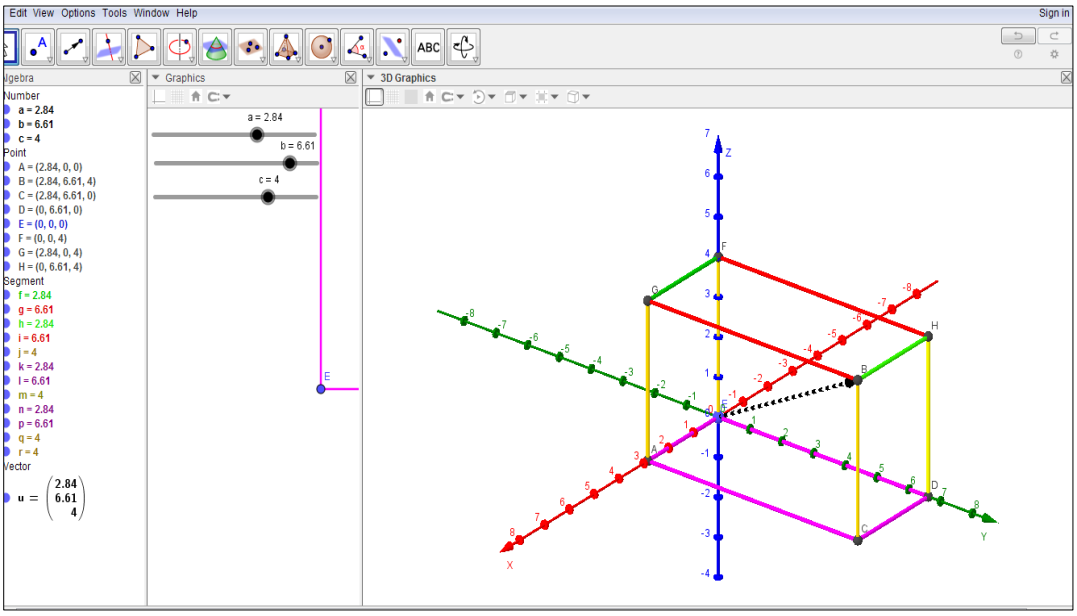


ภาพที่ 2.35 ขั้นตอนการสร้าง Segment ระหว่างจุดทั้ง 8 จุด



ภาพที่ 2.36 Segment ระหว่างจุดทั้ง 8 จุด

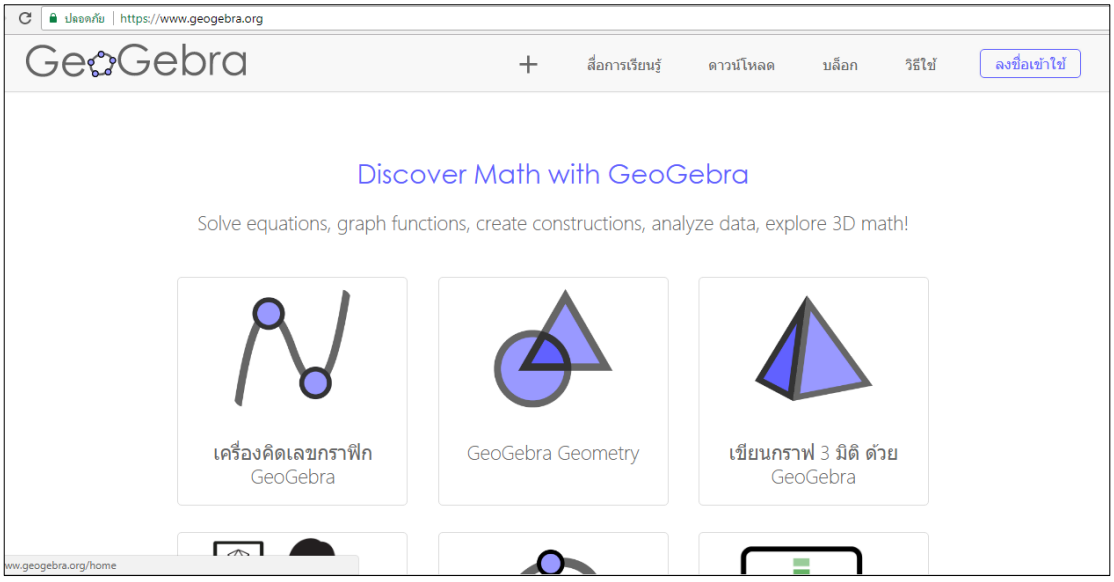
5) ตกแต่งเปลี่ยนสี Segment จากนั้นสร้างเวกเตอร์จากจุด (0, 0, 0) กับ จุด (a b c)



ภาพที่ 2.37 การตกแต่ง Segment ระหว่างจุดทั้ง 8 จุด

2.3.1.4 ขั้นตอนการสร้างสื่อ GeoGbra Applet Online

1) เข้าเว็บ www.geogebra.org

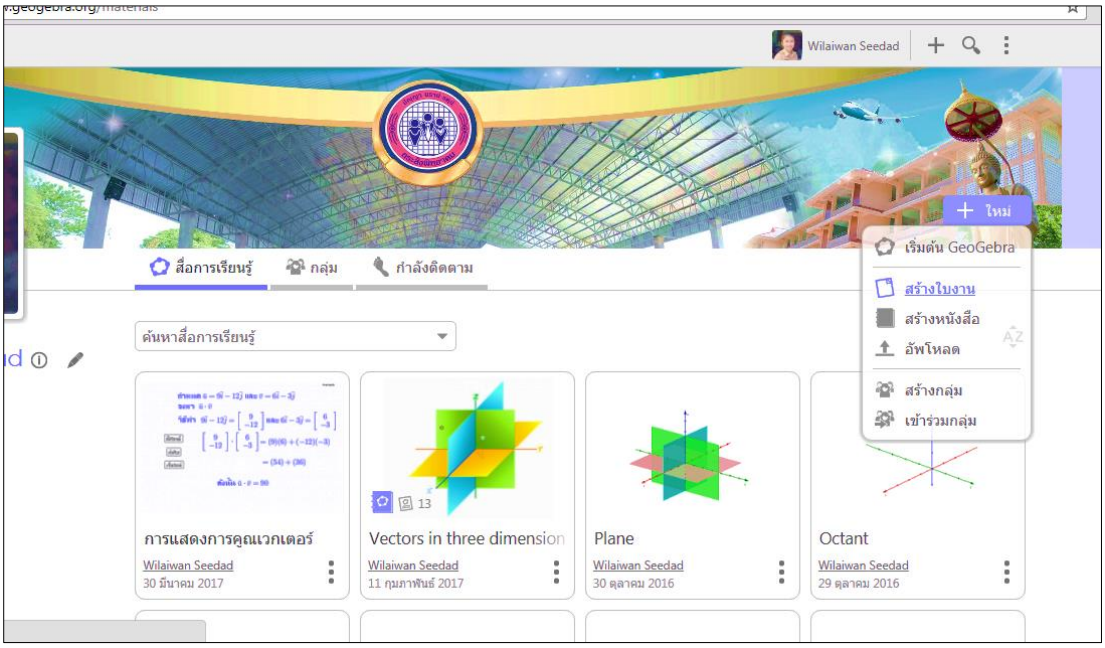


ภาพที่ 2.38 หน้าต่างเว็บ www.geogebra.org

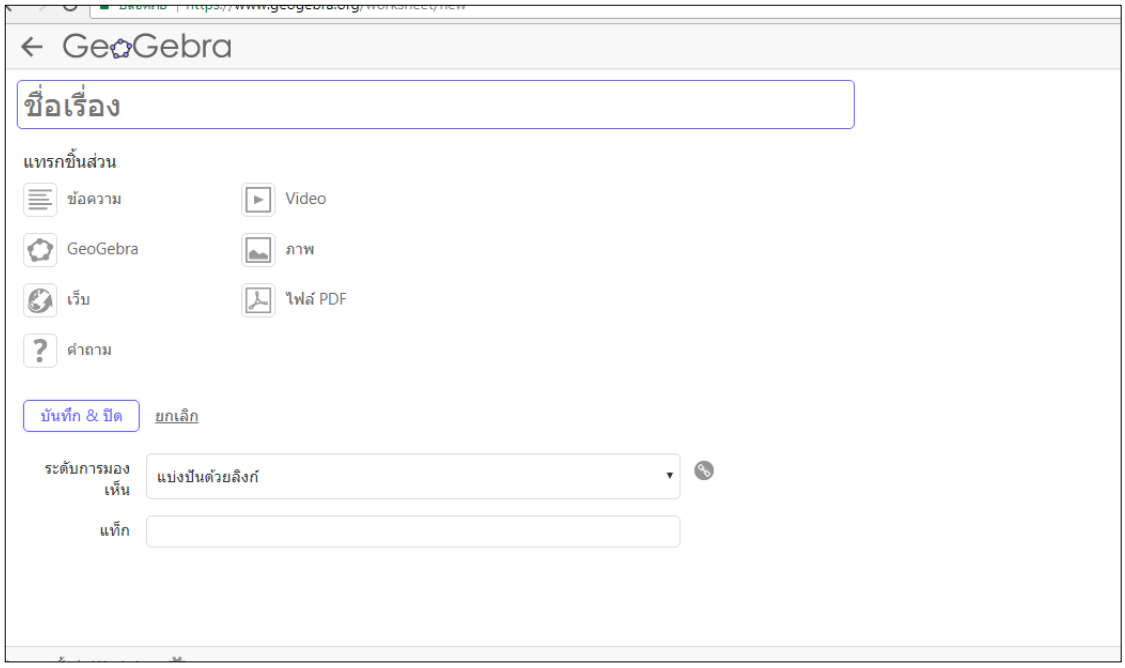
2) ลงชื่อเข้าใช้ โดยต้องสร้างบัญชีก่อน

ภาพที่ 2.39 หน้าลงชื่อเข้าใช้เว็บ www.geogebra.org

3) เพิ่มสื่อที่สร้างโดยไปที่ > ใหม่ > สร้างใบงาน > ตั้งชื่อเรื่อง > GeoGebra



ภาพที่ 2.40 หน้าต่างการเพิ่มสื่อ



ภาพที่ 2.41 หน้าต่างการตั้งชื่อหัวข้อสื่อ

4) Upload Applet > เลือกไฟล์

ภาพที่ 2.42 หน้าต่างการ Upload Applet

สามารถดูสื่อ GeoGebra Applet ทั้งหมดได้ในภาคผนวก ง

2.3 ความหมายของชุดกิจกรรม

ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 (แก้ไขเพิ่มเติม พ.ศ. 2545) มาตรา 22 กล่าวว่า การศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้โดยถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ โดยครูควรมีนวัตกรรมมาใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ซึ่งชุดกิจกรรม ถือว่าเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาที่มีความสมบูรณ์ในตัวเอง สามารถนำมาใช้ประกอบในการจัดการเรียนรู้ได้ดี นวัตกรรม คือ การเปลี่ยนความคิดสร้างสรรค์ ให้เป็นประดิษฐ์กรรมที่สังคมให้การยอมรับ สามารถทำให้สังคมมีทางเลือกที่ดีเพิ่มขึ้น นวัตกรรมทางการศึกษา คือ ประดิษฐ์กรรมด้านการเรียนรู้ เช่น สื่อการสอนในรูปของอุปกรณ์การสอน ชุดกิจกรรม หรือ เทคนิคและวิธีการสอนต่าง ๆ ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นทางเลือกใหม่ สำหรับผู้เรียนและผู้สอน ชุดกิจกรรมที่ถือว่าเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาจะต้องมีความเป็นระบบ สมบูรณ์ในตัวเอง ประกอบด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ประยุกต์ จากทฤษฎีเทคนิคหรือรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม มีลักษณะโดดเด่นแปลกใหม่เป็นการเฉพาะของแต่ละชุดกิจกรรม ชุดกิจกรรมที่ไม่มีการประยุกต์ ทฤษฎีเทคนิค หรือรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และไม่มีลักษณะโดดเด่น แปลกใหม่เป็นการเฉพาะนั้น ไม่ถือว่าเป็นนวัตกรรมทางการศึกษา เป็นเพียงเอกสารประกอบการสอนธรรมดาทั่วไปเท่านั้น

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผ่าน GeoGebra Applet ผู้วิจัยขอแยกประเด็นที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

2.4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Yılmaz Zengin et al. (2012) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์แบบพลวัต GeoGebra มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนเรื่องตรีโกณมิติ กลุ่มตัวอย่างของการศึกษาประกอบด้วยนักเรียน 51 คน กลุ่มทดลองใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบ GeoGebra กลุ่มควบคุมใช้รูปแบบการสอนแบบคอนสตรัคติวิสต์ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมหลังจากใช้เวลา 5 สัปดาห์ แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ในเรื่องตรีโกณมิติระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ความแตกต่างนี้มีประโยชน์สำหรับกลุ่มทดลองซึ่งใช้บทเรียน GeoGebra

Hutkemri Zulnaidi and Effandi Zakaria (2012) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ GeoGebra ที่มีผลต่อความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและขั้นตอนของนักเรียนโรงเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 60 คน และกลุ่มควบคุม 64 คน เก็บข้อมูลโดยใช้แบบทดสอบความรู้ความเข้าใจและใช้ขั้นตอนการทำงาน ผล

การศึกษาพบว่ากลุ่มทดลองมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($t = 2.22$, $p<0.05$) ผลการวิจัยในครั้งนี้ทำให้ผู้บริหารโรงเรียนและครูมีโอกาสใช้ซอฟแวร์ GeoGebra ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการคาดว่าจะจัดให้มีการฝึกอบรมครูเพื่อพัฒนาทักษะในการใช้ GeoGebra

Rahul Chandra Kushwaha (2013) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบโดยใช้พลวัต GeoGebra Applet แสดงผลบนเว็บ เพื่อแนะนำการใช้ทักษะทางอินเตอร์เน็ตเพื่อช่วยในการเรียนรู้ทางเรียนอินเตอร์เน็ตพัฒนาทักษะการเรียนการสอนของผู้เรียนในการใช้เครื่องมือซอฟแวร์ งานวิจัยนี้เน้นการ สร้างแบบทดสอบทางคณิตศาสตร์โดยใช้พลวัต GeoGebra Applet สำหรับคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้คำสั่ง geogebrascript ภายในและภายนอกคำสั่ง JavaScript และรวม Applet เหล่านี้เอาไว้หน้าเว็บ หน้าเว็บที่รวมเข้ากับเครื่องมือ e-learning ของเว็บไซด์มหาวิทยาลัย ได้มีการสร้างแบบทดสอบทางคณิตศาสตร์ และคำตอบของนักศึกษาสามารถเก็บไว้ในฐานข้อมูลของเครื่องมือซอฟต์แวร์สำหรับการประเมินผลต่อไปซึ่งสามารถเข้าถึงได้และประเมินโดยผู้ดูแลระบบ แสดงให้เห็นว่าครูที่ไม่มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานของคำสั่ง geogebrascript ทักษะการเขียนโปรแกรมที่สร้าง Applet ที่น่าสนใจของการตอบคำถามทางคณิตศาสตร์

Dikovic (2009) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การประยุกต์ใช้ GeoGebraในการสอนบางหัวข้อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย พบว่า การใช้แอพเพล็ตที่สร้างขึ้นโดยโปรแกรม GeoGebra และนำไปใช้ในการเรียนการสอน จะเห็นว่า GeoGebra เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพ มีความสามารถในการแสดงภาพ และช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเห็นภาพแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ที่สำคัญในแบบต่าง ๆ เช่น ความชันของเส้นสัมผัส การเชื่อมต่อระหว่างความลาดชันของเส้นสัมผัสและกราฟของฟังก์ชัน ความต่อเนื่อง ความไม่ต่อเนื่องของฟังก์ชัน เป็นต้น ทำให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจเรื่องแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์มากขึ้น

Al Jupri and Paul Drijvers (2015) ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางเรียนพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผ่านเทคโนโลยี เทคโนโลยีดิจิตอลมีความสำคัญมากขึ้นในชีวิตประจำวัน การศึกษาทางคณิตศาสตร์และการศึกษาพีชคณิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งเพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตเบื้องต้นของนักเรียนในอินโดนีเซียอายุ 12 – 13 ปี ผ่านเทคโนโลยี ได้ทำการทดลองโดยมุ่งเน้นไปที่สมการหนึ่งตัวแปรและความแตกต่างของข้อมูลที่ได้กลุ่มทดลอง จำนวน 131คนได้รับการสอนแบบการใช้กระดาษและดินสอและการทำงานแบบดิจิตอลสลับกัน การแก้สมการและโจทย์สมการที่เกี่ยวกับพีชคณิต กลุ่มควบคุม จำนวน 119 คน ได้รับการสอนโดยไม่มีดิจิตอล นักเรียนจากแปดชั้นเรียนในสี่โรงเรียนมีส่วนร่วมในการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม นอกจากนี้ยังพบว่าโรงเรียนเป็นปัจจัยที่มีผลกระทบต่อความสามารถในการเรียนรู้

การวิเคราะห์เชิงคุณภาพของงานเขียนและงานเอกสารดิจิตอลของนักเรียนในช่วงการทดลองยืนยันผลลัพธ์เชิงปริมาณ ผลทั้งสองยืนยัน ประสิทธิผลของการใช้เทคโนโลยีที่หลากหลายสำหรับการส่งเสริมความสำเร็จของนักเรียนในเนื้อหาพีชคณิต

2.4.2 งานวิจัยในประเทศ

กนกวรรณ อุดมมาก (2553) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ทางเรขาคณิต เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมThe Geometer's Sketchpad กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 44 คน ได้มาแบบเจาะจง เครื่องที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP จำนวน 12 ชั่วโมง 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางเรขาคณิต เป็นแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20-0.67 ค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.43–0.80 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ (r_{cc}) เท่ากับ 0.79 และ 3) แบบวัดความพึงพอใจในการเรียนรู้เป็นแบบประเมินชนิดมาตราส่วนประเมินค่า 5 ระดับ ตามแนวคิดของลิเคิร์ท จำนวน 20 ข้อ สถิติที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยใช้ t-test (One-sample group) ผลวิจัย พบว่า 1) ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 83.82/81.99 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 75/75 ที่กำหนด 2) มโนทัศน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความพึงพอใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้โปรแกรม GSP โดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.70 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.70

ชื่นจิต โฉมอุดม (2549) ได้ทำการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เลือกเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 45 คน จากประชากร 4 ห้องเรียน จำนวน 160 คน เครื่องมือในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ค่า E_1/E_2 ค่าเฉลี่ย ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่า 1)กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 79.86/80.25 และ 2)ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

ประไพศรี เหง้าชัยภูมิ (2552) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 1 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียน 50 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เมธาสิทธิ์ ธัญรัตนศรีสกุล (2558) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการสอน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 36 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบทดสอบความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ และแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ใช้รูปแบบการวิจัยแบบกึ่งทดลอง แบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียววัดผลเฉพาะหลังเรียน การวิเคราะห์ข้อมูลใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าทีแบบกลุ่มเดียว ผลการวิจัย พบว่า 1) หลังจากการจัดการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม GeoGebra นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ร้อยละ 86.11 และร้อยละ 13.89 มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในระดับดีเยี่ยมและระดับดีตามลำดับ โดยภาพรวมนักเรียนมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในระดับดีเยี่ยม และ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัชชณพงศ์ อร่ามวิทย์ (2558) ได้ทำการศึกษา ผลการทดลองชุดฝึกทักษะเวกเตอร์ในสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนหาดใหญ่รัฐประชาสรรค์ จังหวัดสงขลา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เครื่องมือวิจัย คือชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ (เวกเตอร์ในสามมิติ) ผลการศึกษาพบว่า ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์ (เวกเตอร์ในสามมิติ) มีประสิทธิภาพซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและประสิทธิผลที่ผู้ศึกษาพัฒนาขึ้นช่วยให้นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้น

แสงดาว เพชรสมบัติ (2552) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม THE GEOMETER'S SKETCHPAD: GSP เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ชั้นปีที่ 3 จำนวน 6 คน คัดเลือกมาแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม (กลุ่มละ 3 คน) ประกอบด้วยกลุ่มนักศึกษาที่มีระดับคะแนนใน

ระดับต่ำ และกลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง โดยพิจารณาจากคะแนนสอบคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้ 7 กิจกรรม ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามกิจกรรมที่บูรณาการด้วยโปรแกรม GSP ในระหว่างที่นักศึกษาทำกิจกรรมแก้ปัญหาด้วยวิธีการคิดพร้อมออกเสียง เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยการบันทึกภาคสนาม ผู้วิจัยใช้โปรโตคอลการแก้ปัญหาของนักศึกษา จำนวน 10 โปรโตคอล และงานเขียนของนักศึกษาในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาระดับความเข้าใจของนักศึกษา โดยใช้กรอบทฤษฎี APS ที่พัฒนาขึ้นโดย ชาญณรงค์ เฮียงราช (2552) กำหนดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ ความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action) ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) และ ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structure) ผลการวิจัยพบว่านักศึกษาได้แสดงออกถึงการพัฒนาความเข้าใจกับความหมายของเวกเตอร์ การบวก และการลบเวกเตอร์ และการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ จากระดับการจัดกระทำ ไปเป็นระดับกระบวนการ และเป็นระดับโครงสร้าง

ประไพศรี เหง้าชัยภูมิ (2552) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 1 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียน 50 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สมเกียรติ พาบุ (2558) การใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/2 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้านครราชสีมา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 25 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และ 3) แบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที(t-test) ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนจากการใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ

70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา อยู่ในระดับมาก

อนุวัฒน์ เดชไธสง (2553) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเรื่อง ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 30 คน ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยโปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอนทั้งหมด 12 ชั่วโมง เมื่อสิ้นสุดการสอนแล้วผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ และตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ระดับมาก

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อมูลและวิธีการในการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ โดยงานวิจัยของ Al Jupri and Paul Drijvers (2015) ชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ดิจิตอล มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง หากแต่ในหลาย ๆ งานวิจัยยังคงพบว่านักเรียนนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงแต่ยังเข้าใจในเนื้อหานั้น ๆ ในระดับพื้นฐาน มีส่วนน้อยมากที่มีความเข้าใจในระดับสูง ดังนั้นผู้วิจัยจึงต้องการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่าน GeoGebra Applet มาใช้ในการศึกษาความเข้าใจ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ เนื่องจากงานวิจัยต่าง ๆ ชี้ให้เห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่าน GeoGebra Applet เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนเกิดการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ได้ลงมือปฏิบัติ สามารถส่งเสริมและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล เพิ่มทักษะในการใช้อินเตอร์เน็ต เพื่อช่วยในการเรียนรู้ทางอินเตอร์เน็ตและการใฝ่เรียนรู้ของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่ง งานวิจัยของ Hutkemri Zulnaidi and Effandi Zakaria (2012) ชี้ให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนาความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดเวลาที่นักเรียนเรียนรู้ผ่านโปรแกรม GeoGebra นอกจากนี้ ยังพบว่าการใช้ GeoGebar Applet เป็นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียน อีกทั้งช่วยส่งเสริมและพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ คิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง ทำให้

นักเรียนเห็นถึงความหมายของการเรียนและอยากเรียนรู้เพิ่มขึ้น ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงต้องการพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ 5 ผ่าน GeoGebra Applet ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติผ่าน GeoGebra Applet ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยดังรายละเอียดตามหัวข้อดังนี้

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.2 แบบแผนการวิจัย

3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา เขต 32 ประจำภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 7 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 274 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องเป็นนักเรียนคละความรู้ ความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ประจำภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 1 ห้องเรียน โดยได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

3.2 แบบแผนการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ใช้วิธีการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (quasi–experimental design method) โดยมีการสุ่มแบบกลุ่ม(Cluster Random Sampling) จากนั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนการจัดการเรียนรู้เพื่อนำผลมาวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 วิธีการดำเนินการวิจัย

กลุ่ม	ขั้นที่ 1	ขั้นที่ 2	ขั้นที่ 3
ทดลอง	ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ	เรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมผ่าน GeoGebra Applet	ทดสอบหลังเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.3.1 เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้

เป็นแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยกรบวนการเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet จำนวน 7 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาแผนการเรียนรู้ละ 2 ชั่วโมง รวม 14 ชั่วโมง แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ สามารถสรุปได้ดังนี้

(1) ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รายละเอียดเกี่ยวกับการจัดกระบวนการเรียนการสอนผ่าน GeoGebra Applet เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสม

(2) ศึกษาหลักสูตรสาระการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รวมทั้งศึกษาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจากหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกระสังพิทยาคม

(3) ศึกษาสาระการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ จากหนังสืองานวิจัย แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ

(4) กำหนดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนเขียนแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับทั้งสองกลุ่ม โดยให้แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย สาระการ

เรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สมรรถนะของผู้เรียน สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

(5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับกิจกรรมการเรียนรู้ และความถูกต้องของภาษาที่ใช้ จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย ก่อนนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของการวิจัยต่อไป

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่าน GeoGebra Applet

คาบที่	ขั้นที่	ขั้นตอน	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
1-2	1	ขั้นนำ (15 นาที)	ครูแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนให้นักเรียนทราบ ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับระบบในพิกัดฉาก 1 มิติ และระบบพิกัดฉาก 2 มิติ จากนั้นให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความพร้อมและความกระตือรือร้นในการเรียนในการเรียน
1-2	2	ขั้นสอน (80 นาที)	ให้นักเรียนเปิดเครื่องคอมพิวเตอร์และแนะนำนักเรียนเกี่ยววิธีการเข้าใช้สื่อจาก GeoGebra Applet โดยครูให้นักเรียนเข้าเว็บ https://www. geogebra. org/materials และเข้าสู่ระบบ แล้วคลิกเข้าใน Book แล้วจะมีกิจกรรมให้นักเรียนคลิกเลือกตามเนื้อที่เรียน นักเรียนทุกคนต้องได้ทดลองเลื่อนและคลิกสื่อจาก GeoGebra Applet (และนักเรียนสามารถใช้เป็นสื่อในการทบทวนความเข้าใจของนักเรียนได้) ให้นักเรียนตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการรู้ จากเนื้อหาที่เรียนผ่าน GeoGebra Applet ให้นักเรียนทำชุดกิจกรรมใช้สื่อจาก GeoGebra Applet ช่วยในการชุดกิจกรรม และให้นักเรียนจับคู่เปลี่ยนกันตรวจชุดกิจกรรม พร้อมทั้งให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกหัด พร้อมทั้งอภิปรายเกี่ยวกับแบบฝึกหัดแต่ละข้อ
	3	ขั้นสรุป (25 นาที)	เป็นขั้นตอนที่ใช้ในการสรุปผลการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ ครูกระตุ้นและชี้นำให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญ ทบทวนความรู้ความเข้าใจ ชี้แนวทางการอภิปรายและประเมินผล

(6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการตรวจสอบและปรับปรุงแล้วพร้อมแบบประเมินที่ผู้ศึกษาสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้อง ความเหมาะสม ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและประเมินแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาขั้นตอนการสร้างของลิเคอร์ท (Likert) เป็นมาตราส่วนประมาณค่า(Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับคือ

5 หมายถึงเหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึงเหมาะสมมาก

3 หมายถึงเหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึงเหมาะสมน้อย

1 หมายถึงเหมาะสมน้อยที่สุด

(7) นำคะแนนการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าเฉลี่ยเพื่อพิจารณาความหมาะสมตามเกณฑ์ที่กำหนด ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545: 103)

คะแนนเฉลี่ย 4.51–5.00 หมายถึงเหมาะสมมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ย 3.51–4.50 หมายถึงเหมาะสมมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51–3.50 หมายถึงเหมาะสมปานกลาง

คะแนนเฉลี่ย 1.51–2.50 หมายถึงเหมาะสมน้อย

คะแนนเฉลี่ย 1.00–1.50 หมายถึงเหมาะสมน้อยที่สุด

(8) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้ว นำไปใช้ทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.3.1.2 เนื้อหาที่ใช้ในการเรียนรู้

เนื้อหาที่ใช้ในการเรียนรู้ เป็นเนื้อหา เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งประกอบด้วย

(1) ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

(2) สร้างเวกเตอร์ระบุตำแหน่งในสามมิติ

(3) การบวก และลบเวกเตอร์

(4) การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

(5) ขนาดของเวกเตอร์ในสามมิติ

(6) ผลคูณเชิงสเกลาร์

(7) ผลคูณเชิงเวกเตอร์

3.3.1.3 ชุดกิจกรรม

ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ประกอบด้วยคำชี้แจงการ

ใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ

3.3.2 เครื่องมือสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

เป็นแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ก่อนเรียนและหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนใช้เนื้อหา เวกเตอร์ในสามมิติ ซึ่งทั้งแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกัน ใช้ทดสอบความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียน แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนจำนวน 5 ข้อ รวมคะแนน 38 คะแนน ใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง

ขั้นตอนในการสรร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ มีดังนี้

(1) กำหนดวัตถุประสงค์ เนื้อหา และขอบเขตของแบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ

(2) ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการจัดแบบทดสอบ

(3) ดำเนินการสร้างแบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ก่อนเรียนและหลังเรียนให้คู่ขนานกัน ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 60 ข้อ

(4) กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ทุกข้อที่ทำการทดสอบ

(5) นำแบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติพร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้นเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญงานวิจัยเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามที่อาจารย์ที่ปรึกษาให้ข้อเสนอแนะ

(6) นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่ปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของ เนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับข้อสอบด้วยการหาค่า ดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence (IOC)) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนความคิดเห็น ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงกับตัวชี้วัด

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงกับตัวชี้วัด

คะแนน -1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่ตรงกับตัวชี้วัด

ถ้าข้อสอบใดมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ถือว่าข้อสอบนั้นวัดตรงกับตัวชี้วัด ซึ่งได้ข้อสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 จำนวน 5 ข้อ จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความเรียบร้อยก่อนนำไปใช้ ดังตัวอย่างแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ก่อนเรียนและหลังเรียนในตารางที่ 3.3–ตารางที่ 3.6 (สามารถดูแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติก่อนเรียนและหลังเรียน ได้ในภาคผนวก จ)

(7) นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่คัดเลือกและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนกระสังพิทยาคม จำนวน 37 คน ที่เคยเรียนเนื้อหาเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบโดยการหาดัชนีค่าความยากง่ายและดัชนีค่าอำนาจจำแนกโดยใช้สูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับโดยใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธ์แอลฟ่า (α -Coefficient) ของครอนบาค

(8) คัดเลือกแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ให้ครอบคลุมเนื้อหาตัวชี้วัด และพฤติกรรมย่อยที่กำหนดไว้ซึ่งแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ มีความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.42–0.58 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.42–0.83 ส่วนค่าความเชื่อมั่นมีเกณฑ์การแปลผลดังนี้ (เกียรติสุดา ศรีสุข, 2552: 144)

0.00–0.20 ความเชื่อมั่นต่ำมาก/ไม่มีเลย

0.21–0.40 ความเชื่อมั่นต่ำ

0.41–0.70 ความเชื่อมั่นปานกลาง

0.71–1.00 ความเชื่อมั่นสูง

ซึ่งพบว่าแบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 0.75 ฉบับหลังการทดลอง มีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 0.79 ดังตัวอย่างแบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ก่อนเรียนและหลังเรียนในตารางที่ 3.3 (สามารถดูแบบทดสอบ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ก่อนเรียนและหลังเรียน ได้ในภาคผนวก จ)

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยมีขั้นตอน ดังนี้

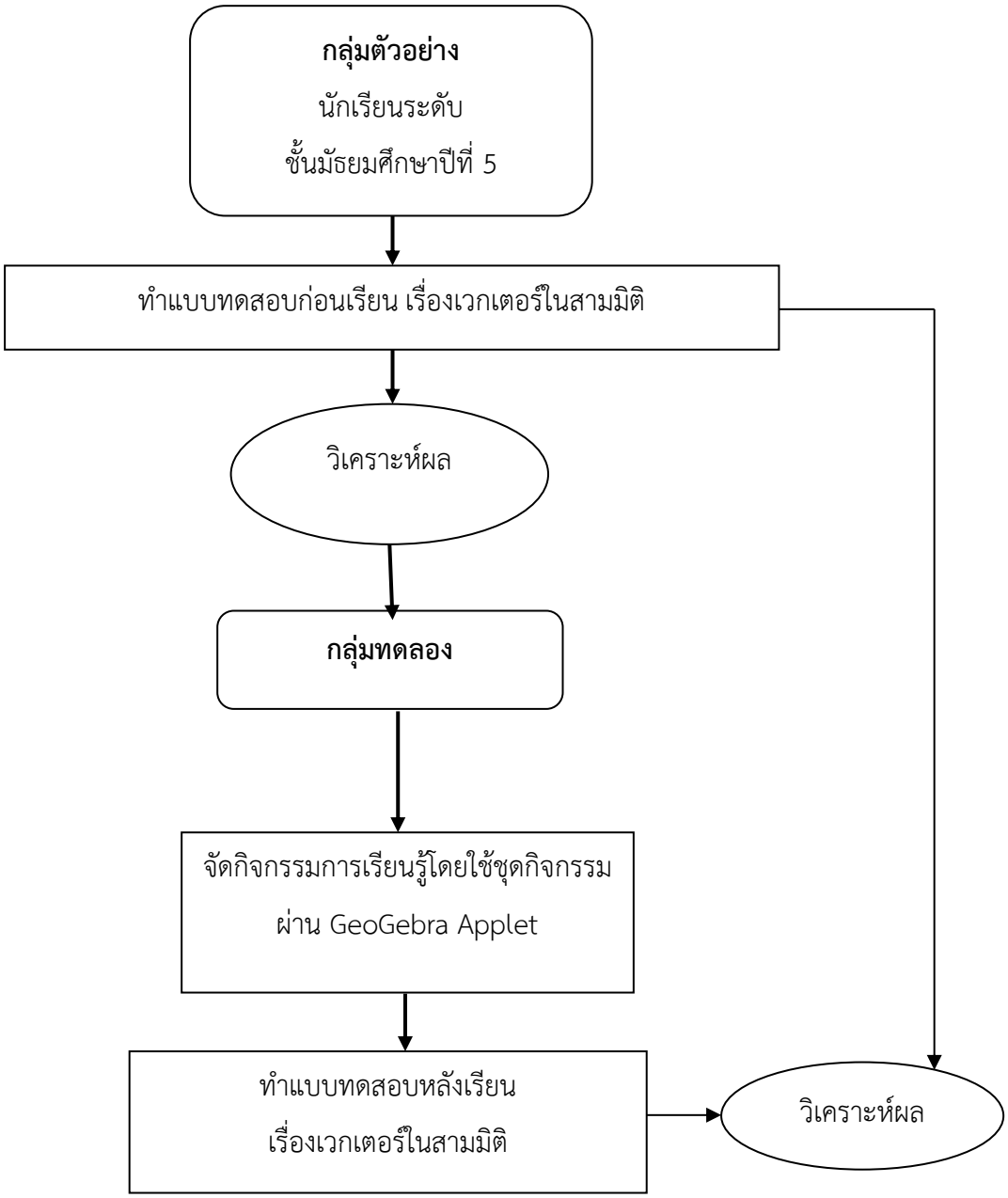
3.4.1 ทดสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ฉบับก่อนการทดลอง กับนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที

3.4.2 ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ผ่าน GeoGebra Applet สำหรับกลุ่มทดลอง จำนวน 7 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง รวมใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 14 ชั่วโมง

3.4.3 ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ให้ครบทุกแผน แล้วผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังจากเสร็จสิ้นการทดลองโดยใช้แบบทดสอบ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ฉบับหลังการทดลอง ทดลองกับนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที

3.4.4 นำข้อมูลที่ได้จากการทดลองไปวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อสรุปผลการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ สามารถสรุปการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 3.5 การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการนำข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาวิเคราะห์ดังนี้

3.5.1 วิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ก่อนการทดลองหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลองโดยคำนวณหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดลองสมมติฐานโดยใช้ค่าที (t-Independent Samples test)

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.6.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

3.6.1.1 ค่าร้อยละ (Percentage) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545: 101)

$$p = \frac{f}{n} \times 100 \qquad (3.1)$$

เมื่อ p แทน ร้อยละ
f แทน ความถี่ที่ต้องการให้เป็นร้อยละ
n แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

3.6.1.2 ค่าเฉลี่ย (Mean) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543: 73)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad (3.2)$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
$\sum_{i=1}^{n} \overline{X}_i$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.6.1.3 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543: 79)

$$SD = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n} X^2_i - \left(\sum_{i=1}^{n} \overline{X}_i\right)^2}{n(n-1)}} \qquad (3.3)$$

เมื่อ SD แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum_{i=1}^{n} X^{2}_{i}$ แทน ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละคน

$\left(\sum_{i=1}^{n} \overline{X}_{i}\right)^{2}$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

3.6.2.1 หาดัชนีค่าความยากง่าย (Index of Difficuity) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยโดยใช้วิธีของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555: 149)

$$P_{E} = \frac{S_{U} + S_{L} - \left(2nX_{min}\right)}{2n\left(X_{max} - X_{min}\right)} \tag{3.4}$$

เมื่อ P_{U} แทน ดัชนีค่าความยากง่าย

S_{U} แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_{L} แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

n แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

3.6.2.2 หาดัชนีค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) เพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยโดยใช้วิธีของวิทนีย์ และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555: 149)

$$D = \frac{S_{U} - S_{L}}{n\left(X_{max} - X_{min}\right)} \tag{3.5}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_{U} แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_{L} แทน ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน

X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

n แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

3.6.2.3 หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2555: 158)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right) \tag{3.6}$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

k แทน จำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ

$\sum_{i=1}^{k} S_i^2$ แทน ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-Independent Samples test (t-test) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2543: 162)

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \tag{3.7}$$

เมื่อ t แทน การตรวจสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย

$\overline{X}_1$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง

$\overline{X}_2$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม

S_1^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มทดลอง

S_2^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มควบคุม

n_1 แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มทดลอง

n_2 แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มควบคุม

ภาคผนวก

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

ค.1 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง จัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่าน GeoGebra Applet โดยตัวอย่างของแผนการจัดการเรียนรู้แสดงได้ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เวกเตอร์ในสามมิติ เวลา 2 ชั่วโมง

เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ ครูผู้สอนนางสาววิไลวรรณ สีแดด

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐานการเรียนรู้ ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

2. ผลการเรียนรู้

1. สืบค้น และอภิปราย เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากสามมิติ
2. วิเคราะห์ระบบพิกัดฉากสามมิติ
3. เขียนกราฟและลงจุดพิกัดในระบบพิกัดฉากสามมิติ
4. นำความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากสามมิติไปใช้ประโยชน์

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

3.1 ด้านความรู้(K) : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของระบบพิกัดฉากสามมิติได้
2. วิเคราะห์ระบบพิกัดฉากสามมิติได้
3. เขียนกราฟและหาคำตอบจากระบบพิกัดฉากสามมิติได้
4. นำความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากสามมิติ ไปใช้ประโยชน์ได้

3.2 ด้านทักษะกระบวนการ(P) : นักเรียนมีความสามารถ

1. ในการให้เหตุผล
2. ในการแก้ปัญหา
3. ในการเชื่อมโยงความรู้

3.3 ด้านคุณลักษณะ(A) : นักเรียน

1. ซื่อสัตย์
2. มีวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน
5. มีจิตสาธารณะ

4. สมรรถนะของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต
5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี

5. สาระการเรียนรู้

ระบบพิกัดฉากในสามมิติ จะประกอบด้วยเส้น 3 เส้น โดยแต่ละเส้นตั้งฉากซึ่งกันและกัน ณ จุดๆ หนึ่งซึ่งเรียกว่าจุด O หรือจุดกำเนิด(Origin) เรียกเส้นจำนวน 3 เส้นนี้ว่าแกนพิกัด ซึ่งเขียนแทนด้วยแกน X แกน Y และแกน Z สำหรับการเขียนรูประบบพิกัดฉากในสามมิติ เพื่อความเข้าใจให้มองที่มุมห้อง เส้นที่อยู่ตามแนวฝาพื้นห้อง จะเป็นแกน X กับแกน Y สำหรับส่วนสูงจะแทนด้วยแกน Z

แกน X กับแกน Y สามารถสลับกันได้ ดังนั้นระบบพิกัดฉากในสามมิติ จะมี 2 ระบบ เรียกว่า **ระบบมือขวา** และ **ระบบมือซ้าย** การเรียกระบบมือขวา หรือระบบมือซ้ายนั้นมีหลักการง่ายๆ คือ ให้กางนิ้วมือ 3 นิ้ว ได้แก่ นิ้วโป้ง นิ้วชี้ และนิ้วกลางในลักษณะตั้งฉากกัน โดยใช้นิ้วโป้งเป็นแกน Z นิ้วชี้เป็นแกน X และนิ้วกลางเป็นแกน Y สำหรับระบบที่นิยมใช้เป็นระบบมือขวา

6. กิจกรรมการเรียนรู้

6.1 ขั้นนำ (15 นาที)

1. ครูแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนให้นักเรียนทราบ

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับระบบในพิกัดฉาก 1 มิติ และระบบพิกัดฉาก 2 มิติ (ตามประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน) จากนั้นให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 1 ระบบพิกัดฉากในสามมิติ ครูสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความพร้อม และความกระตือรือร้นในการเรียน

6.2 ขั้นสอน (80 นาที)

1. ให้นักเรียนเปิดเครื่องคอมพิวเตอร์และแนะนำนักเรียนเกี่ยววิธีการเข้าใช้สื่อจาก GeoGebra applet โดยครูให้นักเรียนเข้าเว็บ https://www.geogebra.org/materials และเข้าสู่

2. ให้นักเรียนพิจารณาระบบพิกัดฉากในสามมิติ จาก GeoGebra applet ที่ได้สร้างขึ้น โดยให้นักเรียนลองคลิก Plane Octant และระบบพิกัดฉากในสามมิติ

3. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าระบบพิกัดฉากสามมิติ เป็นอย่างไร (ถ้าเส้นตรง XX' YY' และ ZZ' เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด O และตั้งฉากซึ่งกันและกันดังนั้นถ้าให้เส้นตรงทั้งสามเป็นเส้นจำนวน(real line) จะเรียกเส้นตรง XX' YY' และ ZZ' ว่า แกนพิกัด X แกนพิกัด Y และแกนพิกัด Z หรือเรียกสั้นๆ ว่า แกน X (X - axis) แกน Y (Y - axis) และแกน Z (Z - axis) ตามลำดับ และเรียกจุด O ว่าจุดกำเนิด(origin) เรียกเส้นตรง OX OY และ OZ ว่า แกน X ทางบวก (positive X - axis) แกน Y ทางบวก(positive Y - axis) และ แกน Z ทางบวก(positive Z - axis) ตามลำดับ และเรียกส่วนของเส้นตรง OX' OY' และ OZ' ว่า แกน X ทางลบ(negative X - axis) แกน Y ทางลบ(negative Y - axis) และ แกน Z ทางลบ(negative Z - axis))

4. ให้นักเรียนร่วมกันตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการรู้ จากเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องระบบพิกัดฉากในสามมิติ

5. ให้นักเรียนแต่ละคนทำใบกิจกรรมที่ 1 ระบบพิกัดฉากในสามมิติ ใช้สื่อจาก GeoGebra applet ช่วยในการทำใบกิจกรรม โดยให้นักเรียน คลิก Plane และ Octant ลองคลิกปุ่มที่กำหนดไว้ให้ และลองหมุน แล้วให้นักเรียนแต่ละคน กำหนดจุดพิกัดขึ้นมา คนละ 5 จุดพิกัด ที่แตกต่างกัน และนำจุดพิกัดที่แต่ละคนกำหนดมาลงในระบบพิกัดฉากสามมิติที่กำหนดให้ และระบุอัฐภาคพร้อมทั้งอธิบายลักษณะเพิ่มเติมถ้ามี

6. ให้นักเรียนจับคู่เปลี่ยนกันตรวจใบกิจกรรมที่ 1 ระบบพิกัดฉากในสามมิติ และสรุปร่วมกัน

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 – 3

8. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกหัด พร้อมทั้งอภิปรายเกี่ยวกับแบบฝึกหัดแต่ละข้อ

6.3 ขั้นสรุป (25 นาที)

1. นักเรียนแต่ละคนนำเสนอการเขียนกราฟและลงจุดพิกัดในระบบพิกัดฉากสามมิติ

2. ครูตั้งคำถามว่า นักเรียนแต่ละคนได้ผลการศึกษาเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร เพราะเหตุใด

3. นักเรียนทุกคนร่วมกันสรุปผล เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 1 ระบบ 1 มิติ และระบบพิกัดฉาก 2 มิติ
2. ใบกิจกรรมที่ 1 ระบบพิกัดฉากในสามมิติ
3. แบบฝึกหัดที่ 1 ระนาบในปริภูมิสามมิติ
4. แบบฝึกหัดที่ 2 ระนาบในปริภูมิสามมิติ
5. แบบฝึกหัดที่ 3 อัฐภาคในปริภูมิสามมิติ
3. สื่อประกอบการเรียนการสอนผ่าน GeoGebra Applet เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ
4. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้น ม.4-6 เล่ม 3 กระทรวงศึกษาธิการ

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. อธิบายความหมายของระบบพิกัดฉากในสามมิติได้ 2. วิเคราะห์ระบบพิกัดฉากในสามมิติได้ 3. เขียนกราฟและหาคำตอบจากระบบพิกัดฉากในสามมิติได้ 4. นำความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากในสามมิติ ไปใช้ประโยชน์ได้	ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัด 1-3	- ใบกิจกรรมที่ 1 - แบบฝึกหัด 1-3	ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะกระบวนการ 1. การให้เหตุผล 2. การแก้ปัญหา 3. การเชื่อมโยงความรู้	ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 1 แบบฝึกหัด 1-3 และการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน	- ใบกิจกรรมที่1 - แบบฝึกหัด 1-3 - แบบประเมินใบกิจกรรมที่ 1 - แบบประเมินแบบฝึกหัดที่ 1-3	ผ่านเกณฑ์ในระดับดีขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ 1. ซื่อสัตย์ 2. มีวินัย 3. ใฝ่เรียนรู้ 4. มุ่งมั่นในการทำงาน 5. มีจิตสาธารณะ	สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	- แบบประเมินพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ในระดับดีขึ้นไป

9. บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาววิไลวรรณ สีแดด)

ภาคผนวกแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

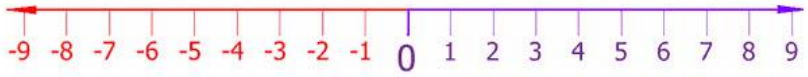
- ใบความรู้ที่ 1 ระบบ 1 มิติ และระบบพิกัดฉาก 2 มิติ
- สื่อประกอบการเรียนการสอนผ่าน GeoGebra Applet เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ
- ใบกิจกรรมที่ 1 ระบบพิกัดฉากในสามมิติ
- แบบฝึกหัดที่ 1 ระนาบในปริภูมิสามมิติ
- แบบฝึกหัดที่ 2 ระนาบในปริภูมิสามมิติ
- แบบฝึกหัดที่ 3 อัฐภาคในปริภูมิสามมิติ
- เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 ระนาบในปริภูมิสามมิติ
- เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 ระนาบในปริภูมิสามมิติ
- เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 อัฐภาคในปริภูมิสามมิติ

ใบความรู้ที่ 1

ระบบ 1 มิติ และระบบพิกัดฉาก 2 มิติ

ระบบ 1 มิติ (1- Space)

จากความรู้เรื่องเส้นจำนวน ถ้ามีเส้นจำนวน 1 เส้น (ดังรูป)



รูปที่ 1

เราเรียกว่าระบบ 1 มิติ นั่นคือ จำนวนจริงทุกจำนวน สามารถจุดบนเส้นจำนวนได้ เมื่อเขียนเส้นจำนวนเราจะลงจุด 0 ก่อน โดยทางขวามือของ 0 จะเป็นจำนวนจริงบวก ลีทางด้านซ้ายมือของ 0 จะเป็นจำนวนจริงลบ นิยมแบ่งเส้นจำนวนเท่าๆ กัน โดยทางขวามือของ 0 เป็น 1, 2, 3, ... และมีค่าบวกไปเรื่อยๆ ไม่มีที่สิ้นสุด และทางซ้ายมือของ 0 เป็น -1, -2, -3, ... และมีค่าลบไปเรื่อยๆ ไม่มีที่สิ้นสุด เราจะใช้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้ x เป็นจำนวนจริง เขียนแทนด้วย $x \in R$ สัญลักษณ์ $x \in R$ จะเป็นสัญลัษณ์ในระบบ 1 มิติ

ระบบพิกัดฉาก 2 มิติ (2- Space)

ระบบพิกัดฉาก 2 มิติ หรือ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าระบบพิกัดคาร์ทีเซียน ประกอบด้วยเส้นจำนวน
2 เส้นตั้งฉากกันเรียกเส้นจำนวน 2 เส้นนั้นว่า แกนพิกัดฉาก(Coordinate axes) แกนพิกัดนี้จะตัดกันที่จุด 0 เรียกจุด 0 ว่า จุดกำเนิด(Origin) ของแกนพิกัด เราจะให้

แกนแนวนอน เป็นแกน X (X - axis)

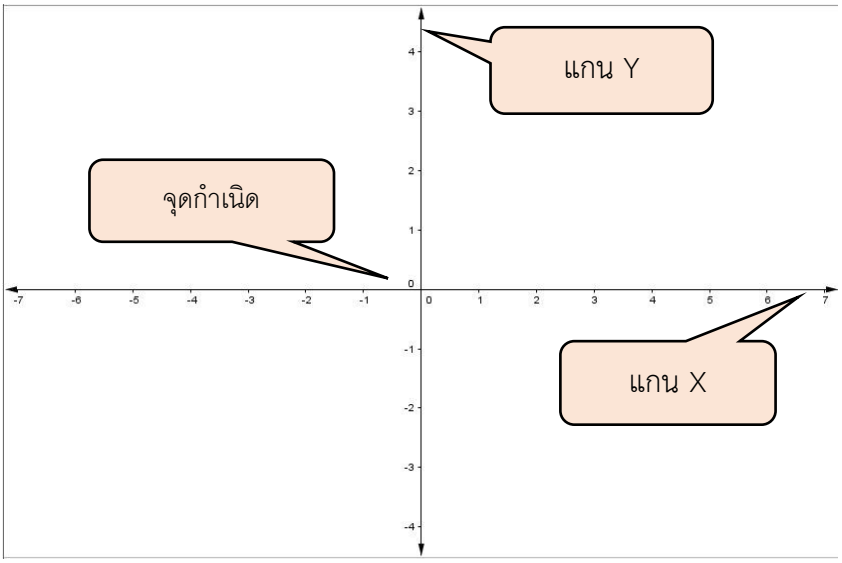
แกนแนวยืน เป็นแกน Y (Y - axis)

จุดบนแกน X ทางด้านขวาของจุดกำเนิด 0 แทนด้วยจำนวนจริงบวก

ทางด้านซ้ายของจุดกำเนิด 0 แทนด้วยจำนวนจริงลบ

จุดบนแกน Y ทางด้านบนของจุดกำเนิด 0 แทนด้วยจำนวนจริงบวก

ทางด้านล่างของจุดกำเนิด 0 แทนด้วยจำนวนจริงลบ



รูปที่ 2

แกนพิกัด X และ Y ที่ตัดกัน จะเป็นระนาบ(plane) และเรียกระนาบที่เกิดขึ้นว่า ระนาบ

XY (XY - plane)

ให้ a เป็นจำนวนจริงอยู่บนแกน X

และ b เป็นจำนวนจริงอยู่บนแกน Y

จากจำนวนจริง a ลากเส้นตั้งฉากกับแกน X และจากจำนวนจริง b ลากเส้นตั้งฉาก กับ

กับแกน Y ให้มาตัดกันที่จุดๆ หนึ่ง เป็นจุด P เขียนแทนด้วย (a, b) ดังรูปที่ 3

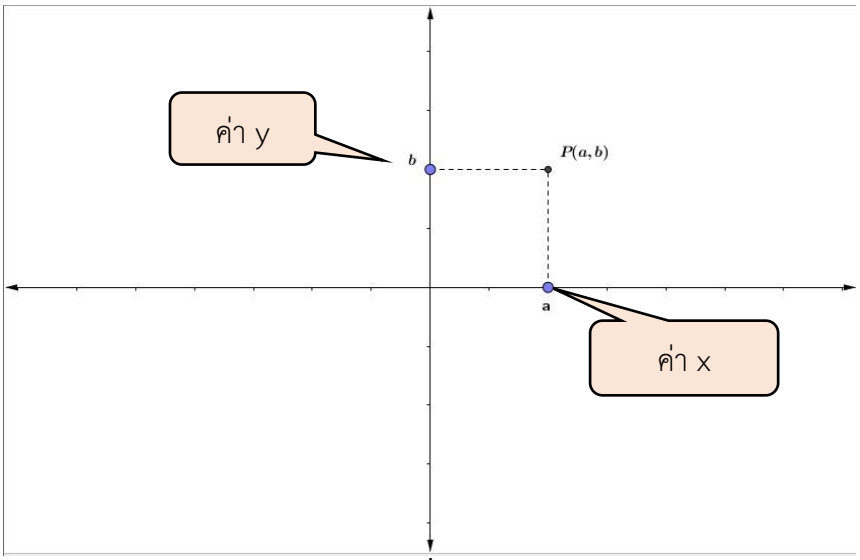
เรียก จำนวน a ว่า พิกัด X(X - coordinate)

หรือพิกัดที่หนึ่ง(abscissa)

เรียก จำนวน b ว่า พิกัด Y(Y - coordinate)

หรือพิกัดที่สอง(ordinate)

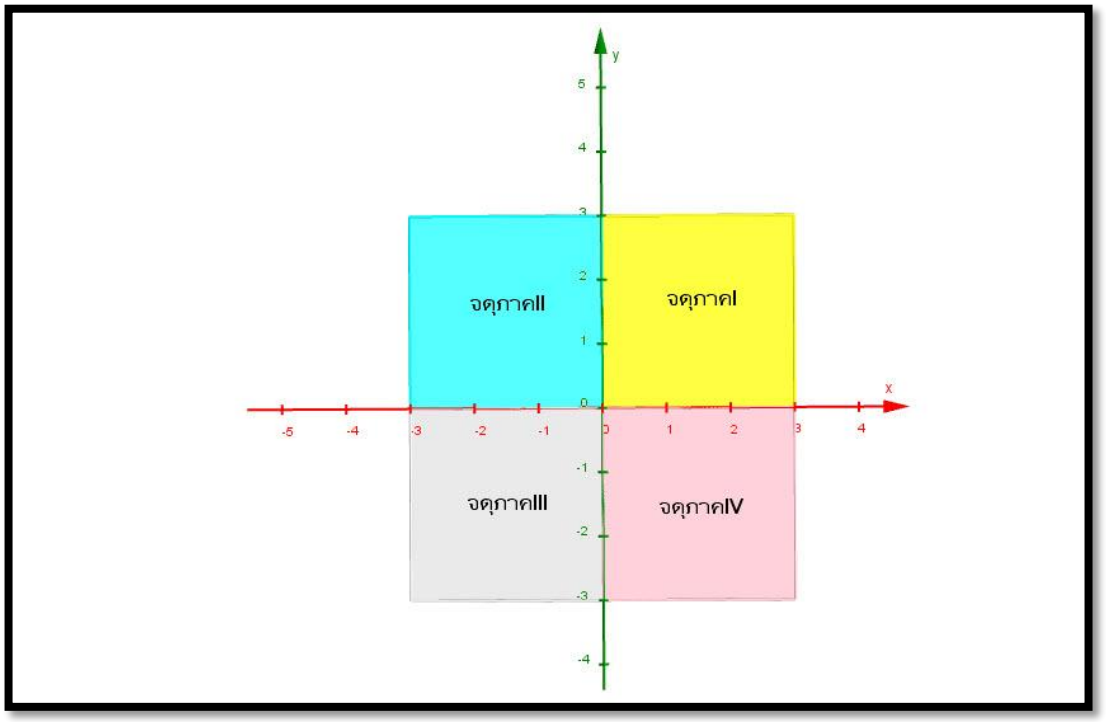
เรียก (a, b) ว่าพิกัด (a, b) [coordinate(a, b)] หรือคู่อันดับ (a, b)



รูปที่ 3

จตุภาค(Quadrants)ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ (2- Space)

แกนพิกัด X, Y ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ นี้จะแบ่งระนาบออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า จตุภาค (Quadrants) จะเรียงจตุภาคที่ 1, 2, 3, 4 โดยวัดทวนเข็มนาฬิกาจากแกน X ทางขวา(รูปที่ 1)



รูปที่ 4

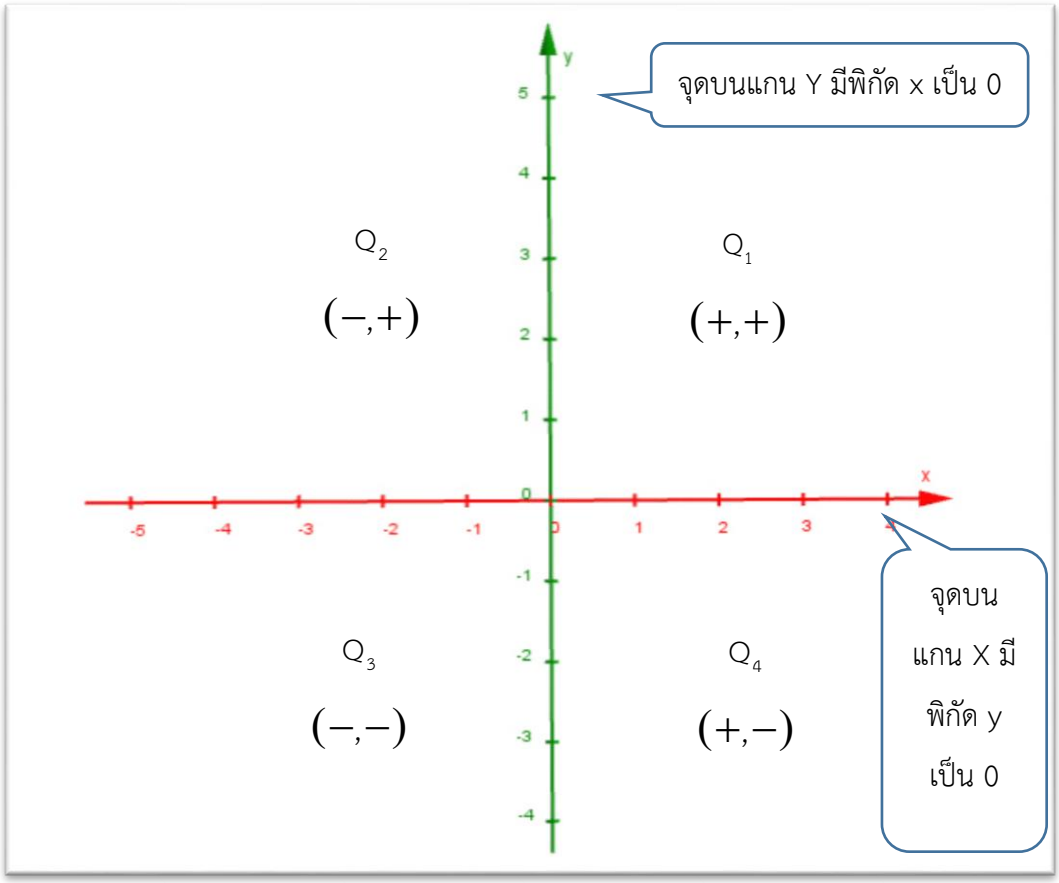
เราใช้ Q_1 แทนจตุภาคที่ I

Q_2 แทนจตุภาคที่ II

Q_3 แทนจตุภาคที่ III

Q_4 แทนจตุภาคที่ IV

ถ้าต้องการพิจารณาจุดพิกัดอยู่ในจตุภาคใด ให้พิจารณาจากเครื่องหมายของพิกัดดังนี้ เครื่องหมายของพิกัด x และ y เป็นบวก (+, +) จะอยู่ใน Q_1 ถ้าจุดที่มีพิกัด x เป็นลบ และพิกัด y เป็นบวก (-, +) อยู่ใน Q_2 ในทำนองเดียวกัน (-, -) และ (+, -) อยู่ใน Q_3 และ Q_4 ตามลำดับ และจุดที่มีพิกัด x เป็น 0 จุดนั้นจะอยู่บนแกน Y และจุดที่มีพิกัด y เป็น 0 จุดนั้นจะอยู่บนแกน X แสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5

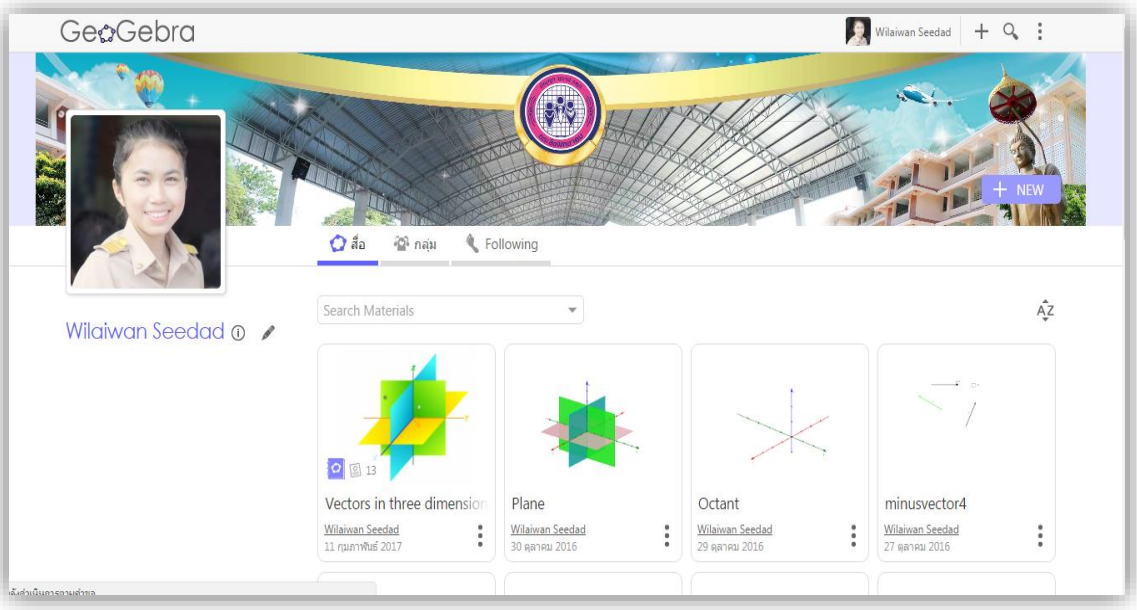
ให้ R แทนเตของจำนวนจริง

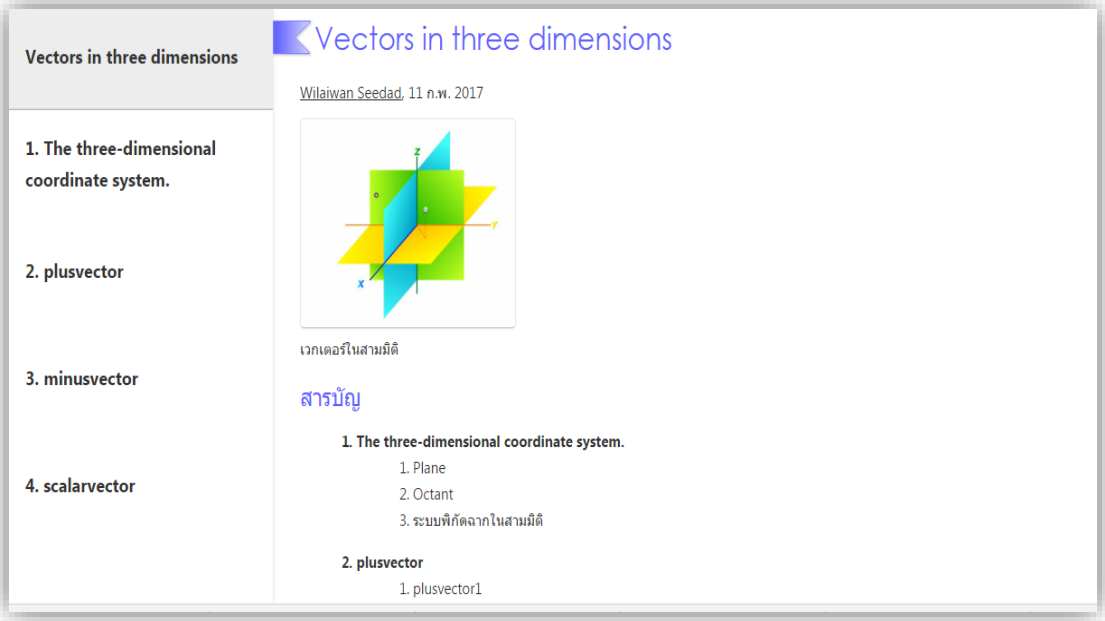
ให้ x และ y เป็นจำนวนจริง

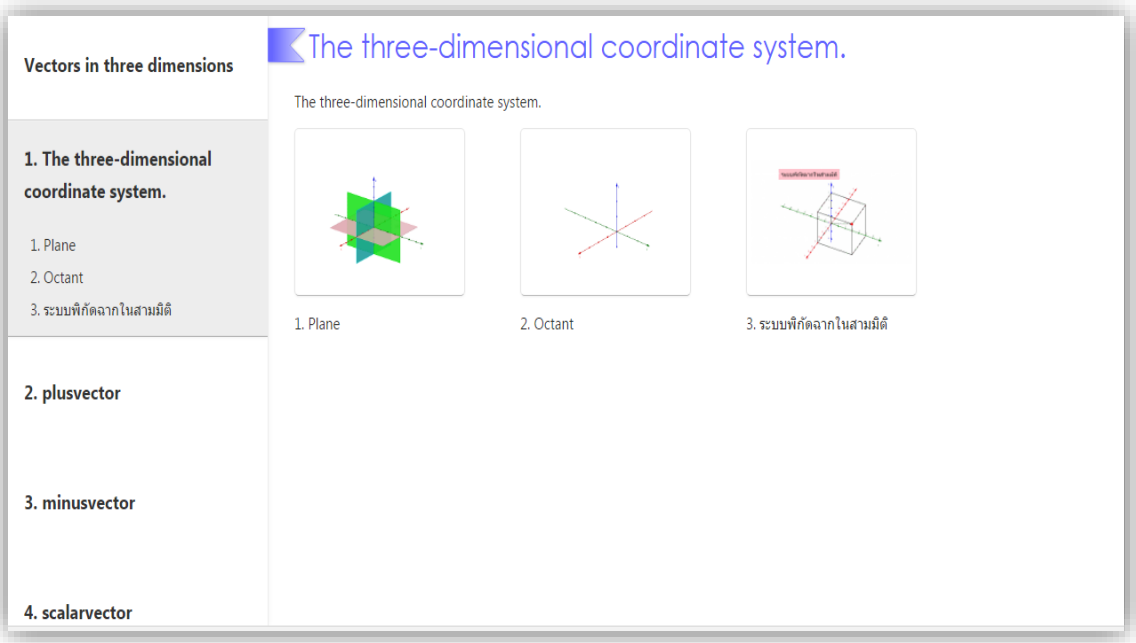
ทุกๆ พิกัด (x,y) จะเป็นสมาชิกของ $R \times R$ เขียนแทนด้วย

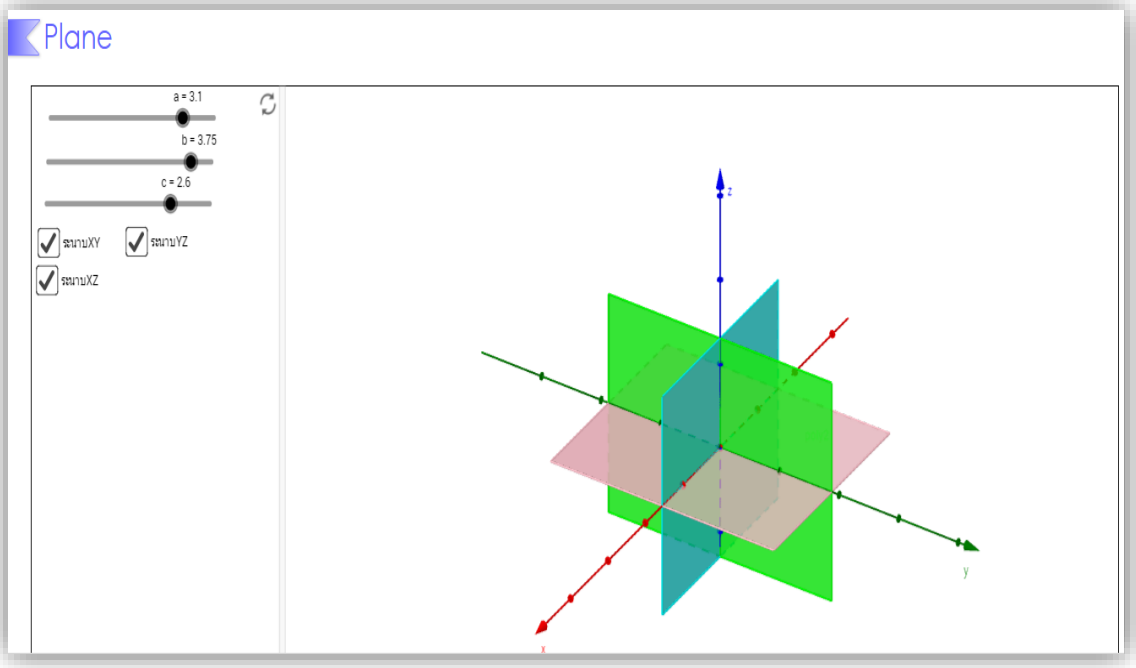
$$(x,y) \in R \times R \text{ หรือ } (x,y) \in R^2$$

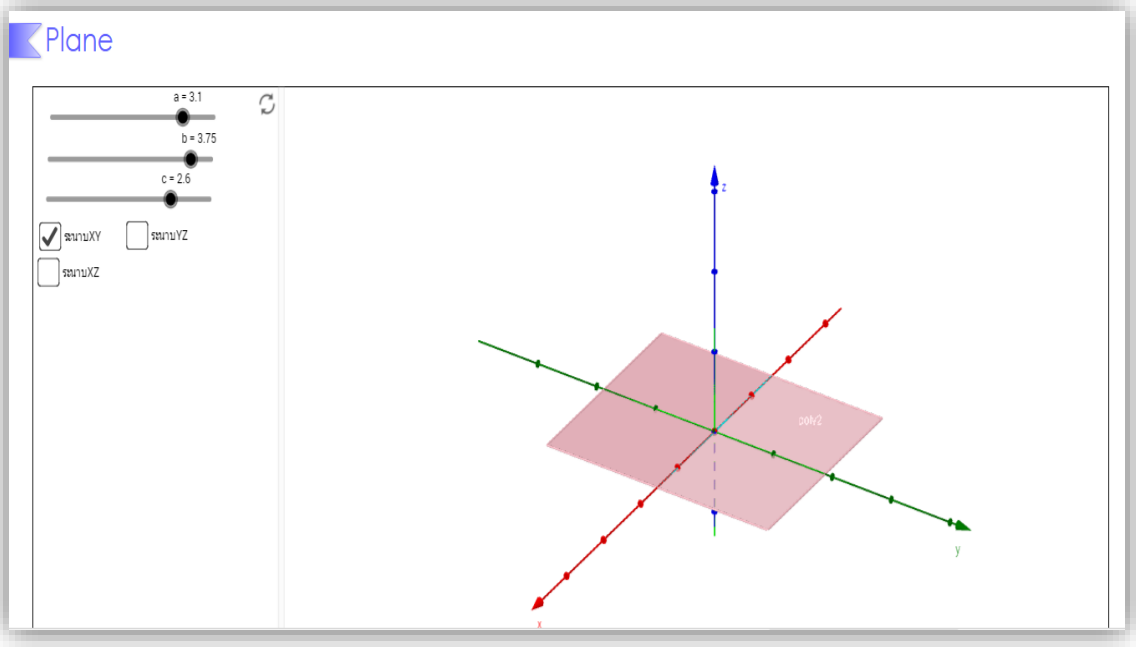
สัญลักษณ์นี้เป็นสัญลักษณ์ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ

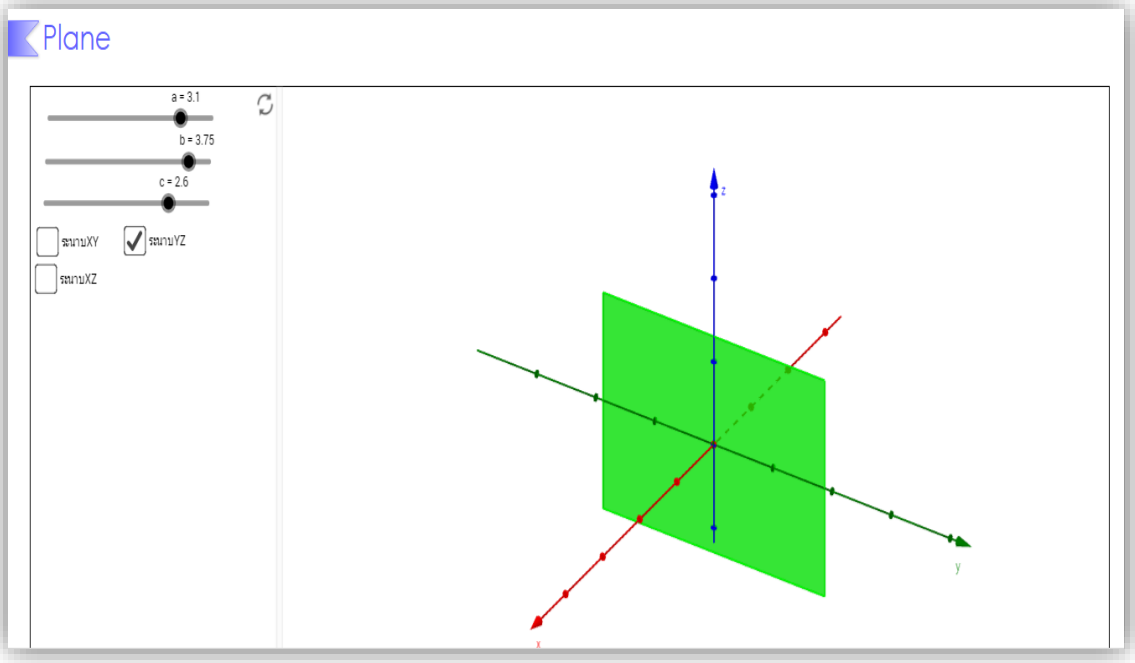

GeoGebra
Wilaiwan Seedad
NEW
สื่อ
กลุ่ม
Following
Wilaiwan Seedad
Search Materials
Vectors in three dimension
Wilaiwan Seedad
11 กุมภาพันธ์ 2017
Plane
Wilaiwan Seedad
30 ตุลาคม 2016
Octant
Wilaiwan Seedad
29 ตุลาคม 2016
minusvector4
Wilaiwan Seedad
27 ตุลาคม 2016

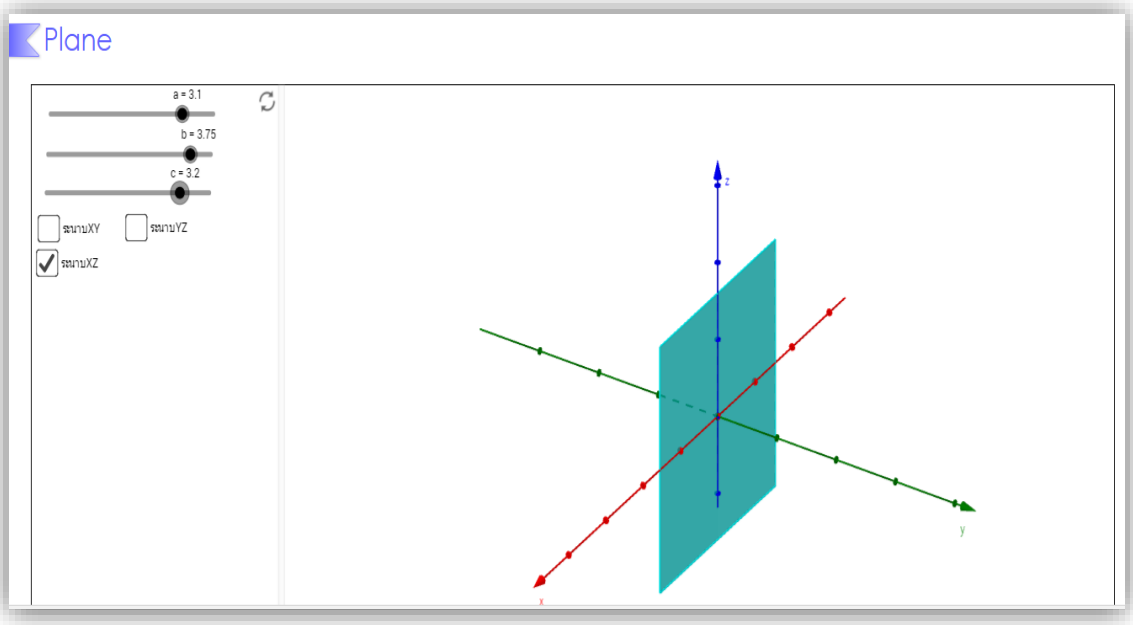

Vectors in three dimensions
1. The three-dimensional coordinate system.
2. plusvector
3. minusvector
4. scalarvector
Vectors in three dimensions
Wilaiwan Seedad, 11 ก.พ. 2017
เวกเตอร์ในสามมิติ
สารบัญ
1. The three-dimensional coordinate system.
1. Plane
2. Octant
3. ระบบพิกัดฉากในสามมิติ
2. plusvector
1. plusvector1


Vectors in three dimensions
1. The three-dimensional coordinate system.
1. Plane
2. Octant
3. ระบบพิกัดฉากในสามมิติ
2. plusvector
3. minusvector
4. scalarvector
The three-dimensional coordinate system.
The three-dimensional coordinate system.
1. Plane
2. Octant
3. ระบบพิกัดฉากในสามมิติ


Plane
a = 3.1
b = 3.75
c = 2.6
ระนาบXY
ระนาบYZ
ระนาบXZ
z
y
x


Plane
a = 3.1
b = 3.75
c = 2.6
ระนาบXY
ระนาบYZ
ระนาบXZ
z
y
x

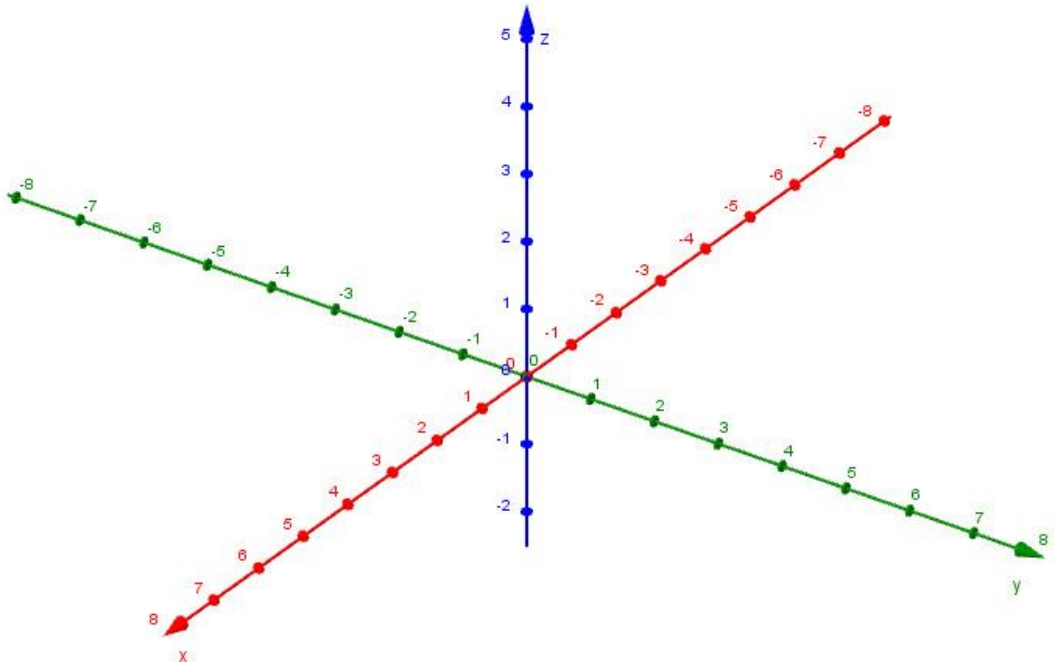

Plane
a = 3.1
b = 3.75
c = 2.6
ระนาบXY
ระนาบYZ
ระนาบXZ
z
y
x


Plane
a = 3.1
b = 3.75
c = 3.2
ระนาบXY
ระนาบYZ
ระนาบXZ
z
y
x

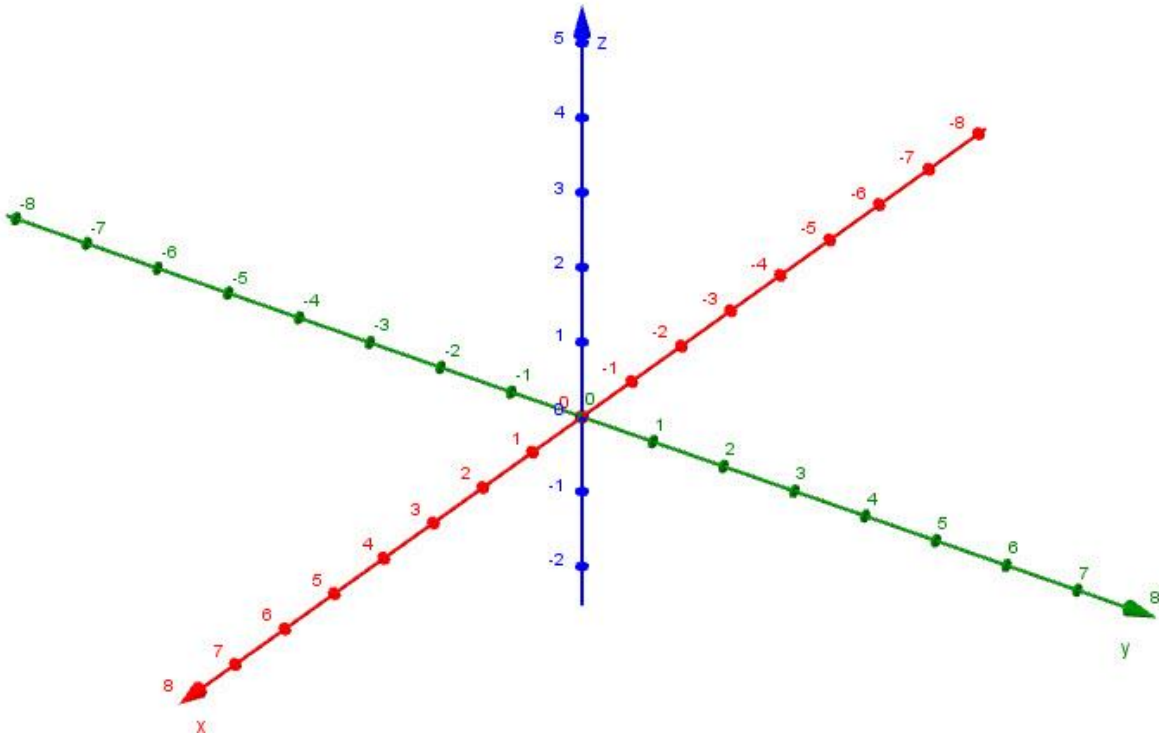
ใบกิจกรรมที่ 1 ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

ให้นักเรียนกำหนดจุดพิกัดขึ้นมาคนละ 5 จุดพิกัด ที่แตกต่างกัน นำจุดพิกัดที่กำหนดมาลงในระบบพิกัดฉากสามมิติที่กำหนดให้ และระบุอัฐภาคพร้อมทั้งอธิบายลักษณะเพิ่มเติมถ้ามี โดยให้นักเรียนศึกษาจาก GeoGebra apple (https://www.geogebra.org/materials)

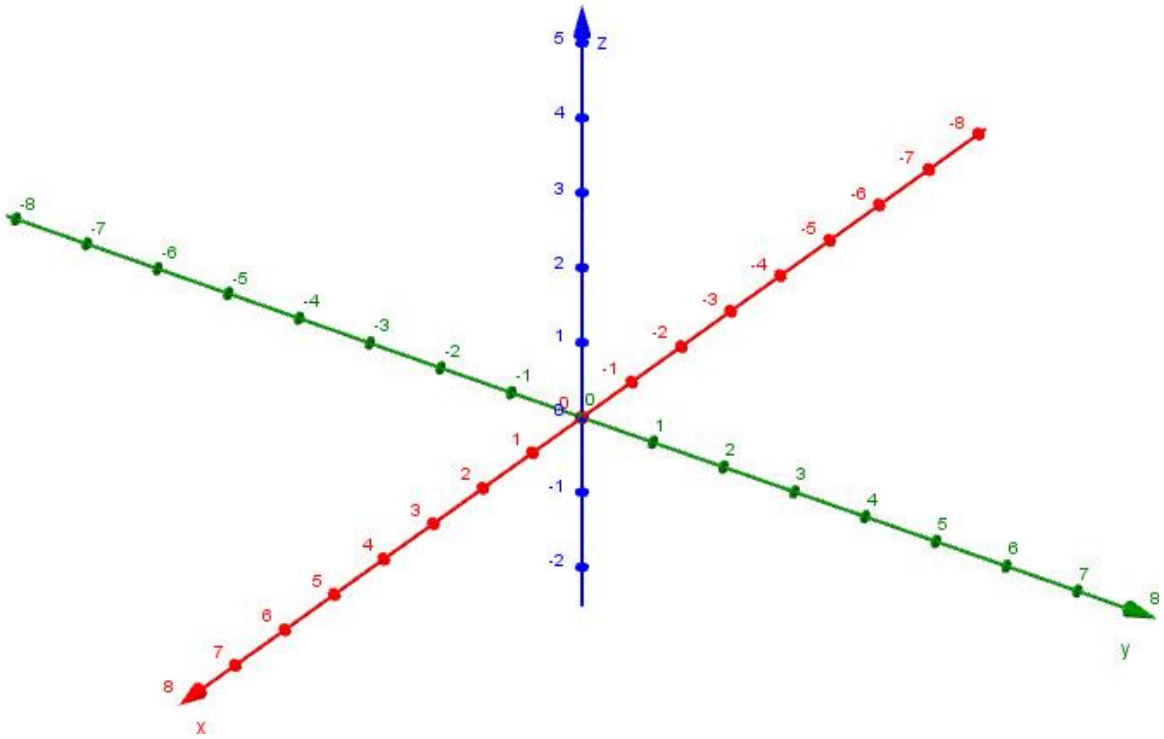
จุด	ลงจุด	อัฐภาค	ลักษณะเพิ่มเติม



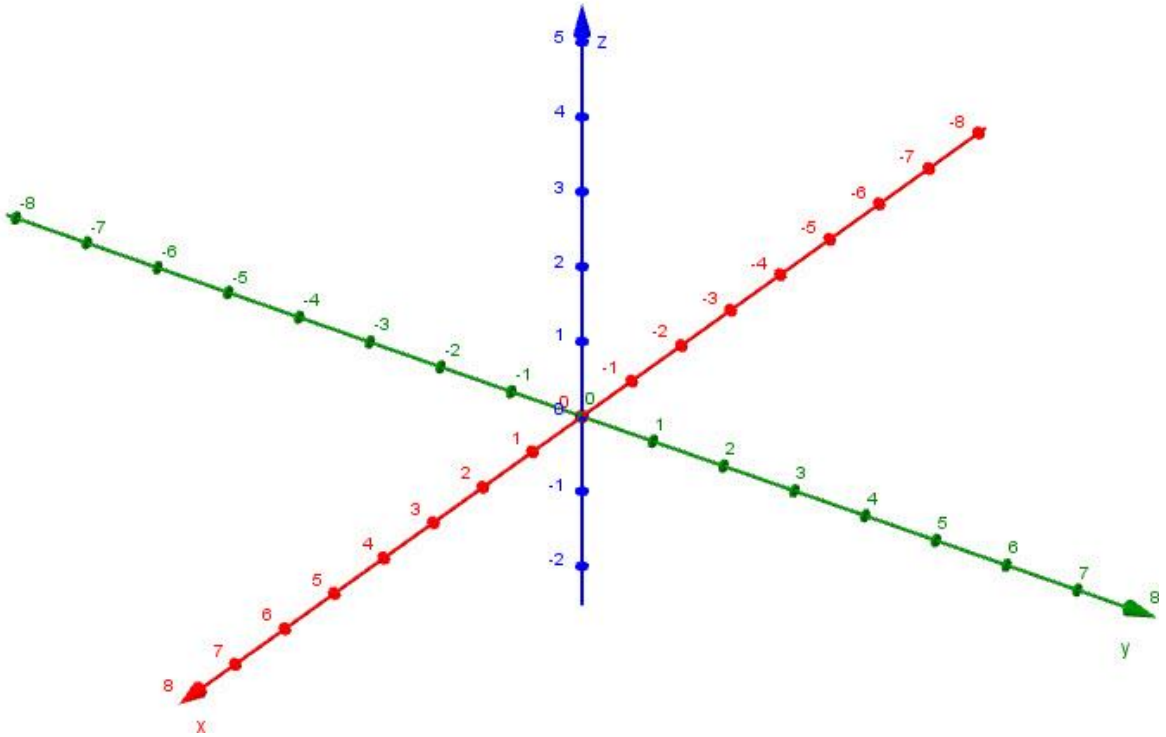
จุด	ลงจุด	อัฐภาค	ลักษณะเพิ่มเติม


z
5
4
3
2
1
0
-1
-2
x
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
y
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8

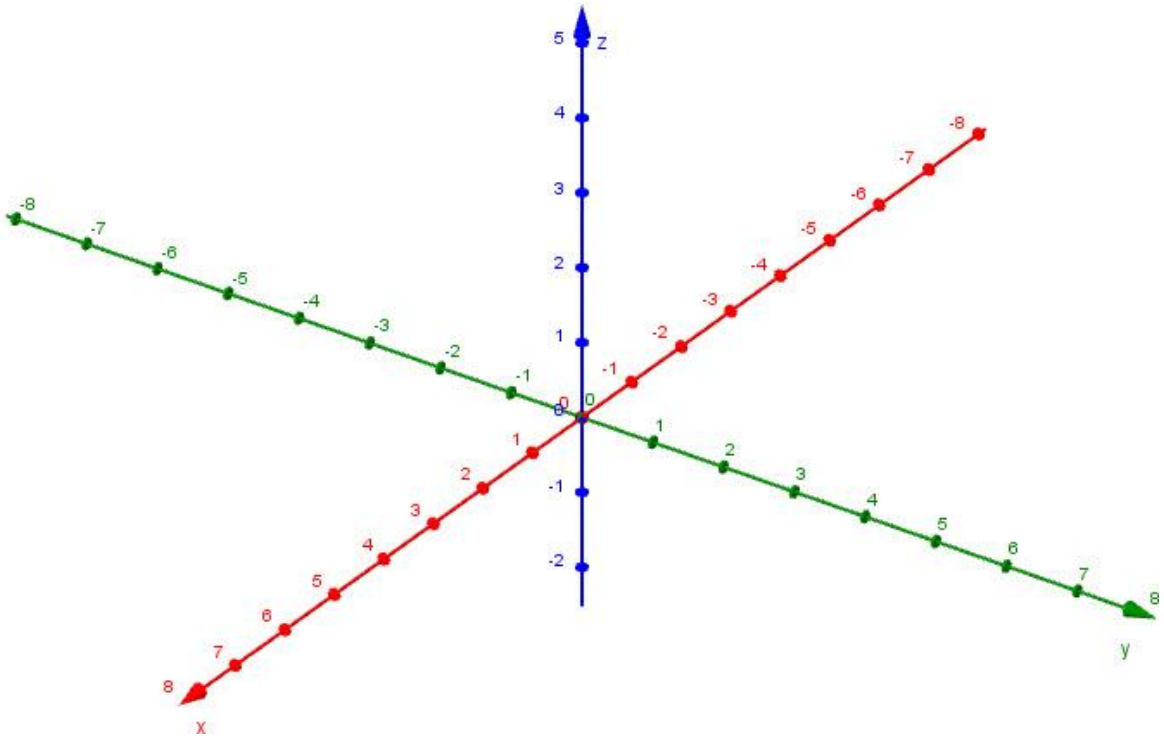
จุด ลงจุด อัฐภาค ลักษณะเพิ่มเติม



จุด ลงจุด อัฐภาค ลักษณะเพิ่มเติม

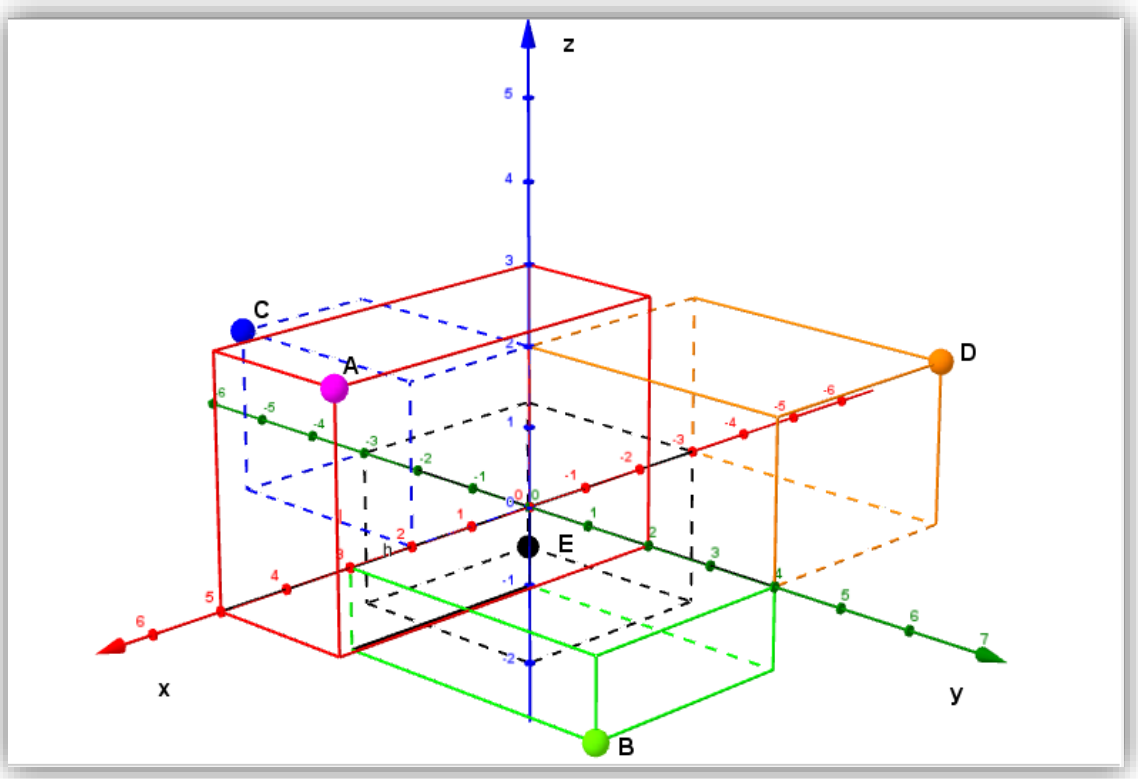


จุด ลงจุด อัฐภาค ลักษณะเพิ่มเติม



แบบฝึกหัดที่ 1
เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

1. ให้นักเรียนใช้กราฟตอบคำถามต่อไปนี้



จงระบุแกนลงในกราฟให้ถูกต้อง

1.1) พิกัดของA คือ.....

1.2) พิกัดของB คือ.....

1.3) พิกัดของC คือ.....

1.4) พิกัดของD คือ.....

1.5) พิกัดของE คือ.....

2. ให้นักเรียนวาดพิกัดที่กำหนดให้ลงในกราฟ

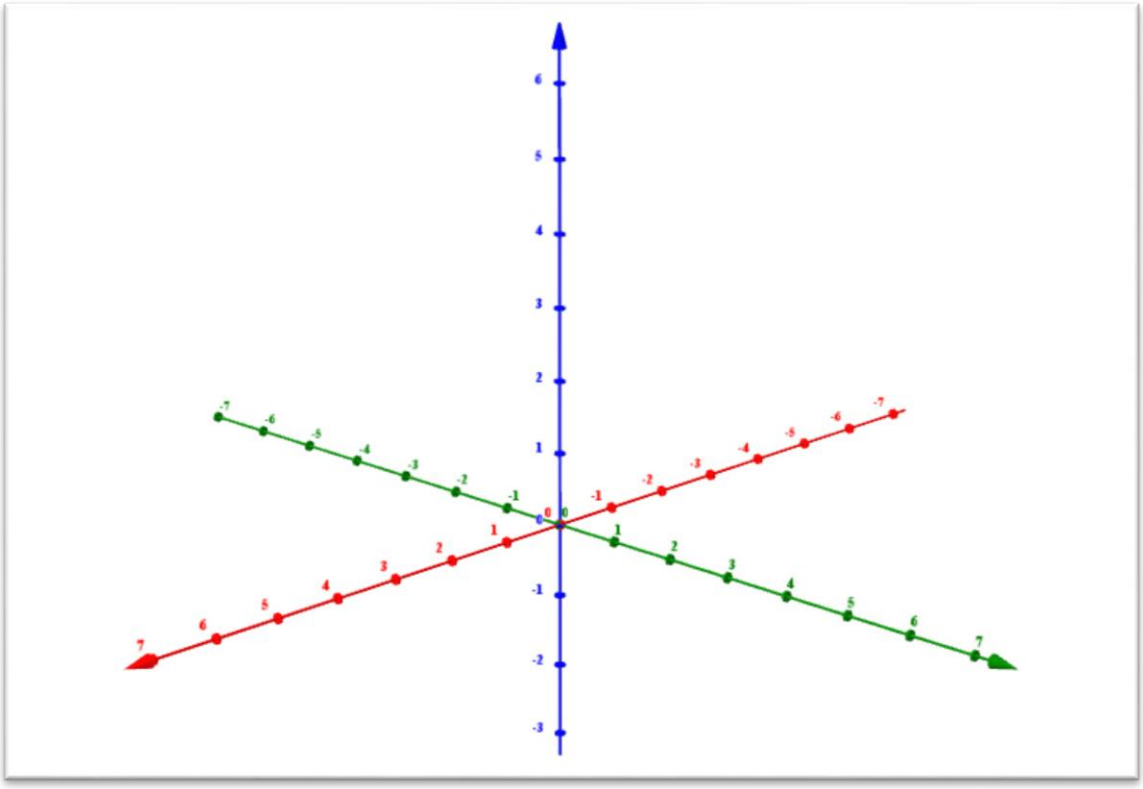
2.1 O(2,3,4)

2.2 P(2,-5,4)

2.3 Q(-2,3,4)

2.4 R(3,-1,-2)

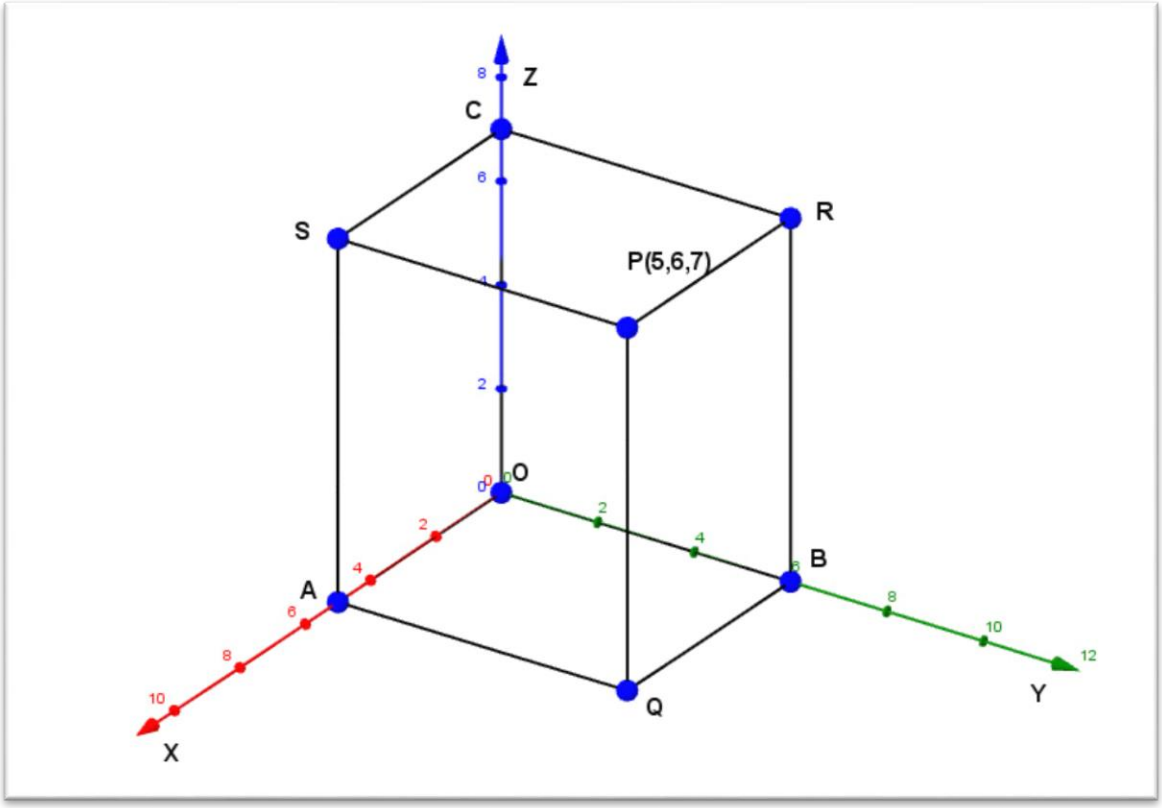
2.5 S(3,0,4)



3. ให้นักเรียนวาดกราฟของระบบพิกัดฉากในสามมิติพร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียดเกี่ยวกับกราฟ

แบบฝึกหัดที่ 2
เรื่อง ระนาบในปริภูมิสามมิติ

1. กำหนดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและพิกัดของจุด P คือ (5,6,7) ให้นักเรียนเติมในช่องว่างให้ถูกต้อง



1.1) จุด Q อยู่บนระนาบ..... มีพิกัดคือ.....

1.2) จุด R อยู่บนระนาบ..... มีพิกัดคือ.....

1.3) จุด S อยู่บนระนาบ..... มีพิกัดคือ.....

1.4) จุด A อยู่บนแกน..... มีพิกัดคือ.....

1.5) จุด B อยู่บนแกน..... มีพิกัดคือ.....

1.6) จุด C อยู่บนแกน..... มีพิกัดคือ.....

1.7) ภาพฉายของ P(5,6,7) บนระนาบ XY คือ.....

บนระนาบ YZ คือ.....

บนระนาบ XZ คือ.....

บนแกน X คือ.....

บนแกน Y คือ.....

บนแกน Z คือ.....

2. จงหาภาพฉายของจุดบนระนาบที่กำหนดให้

2.1) ภาพฉายของจุด P(2,-5,6) บนระนาบ XY คือจุด.....

2.2) ภาพฉายของจุด P(2,-5,6) บนระนาบ YZ คือจุด.....

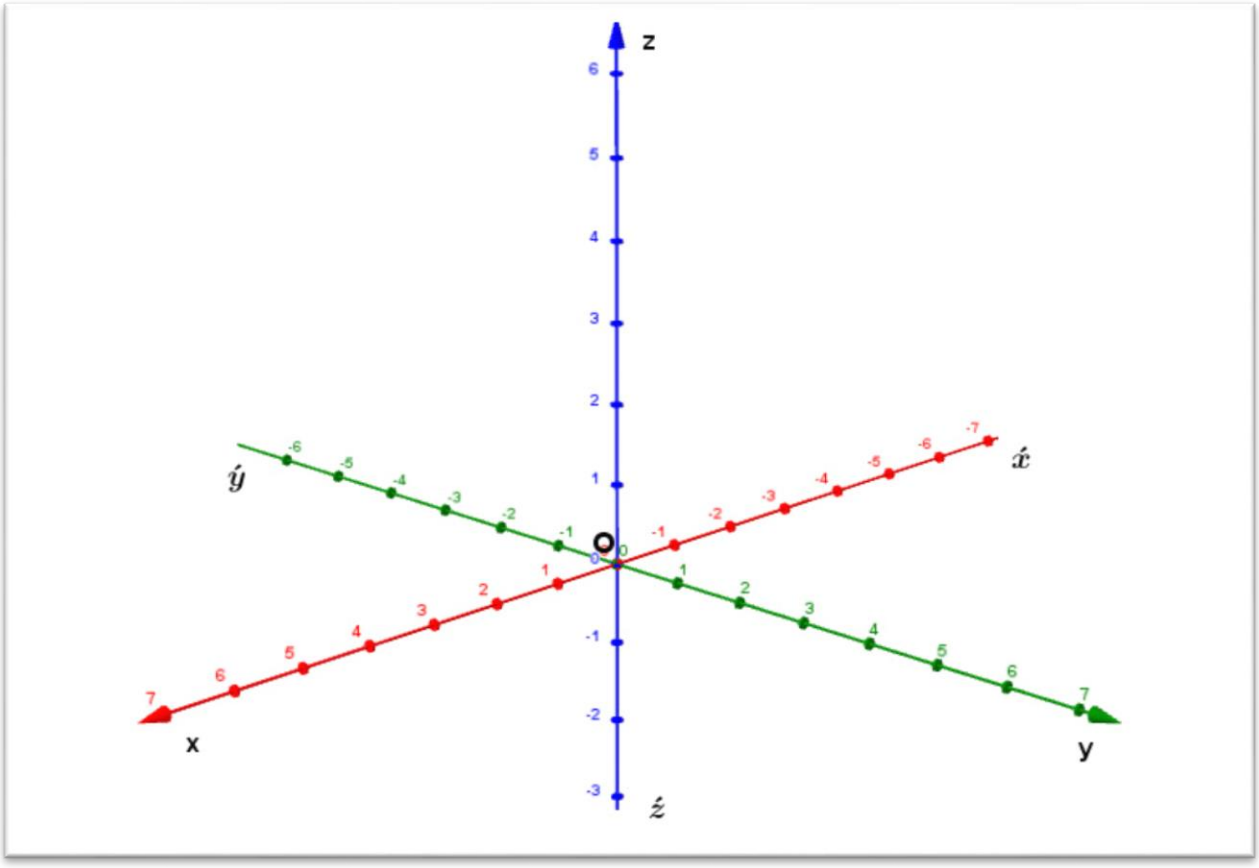
2.3) ภาพฉายของจุด P(2,-5,6) บนระนาบ XZ คือจุด.....

2.4) ภาพฉายของจุด Q(-2,3,4) บนระนาบ XY คือจุด.....

2.5) ภาพฉายของจุด Q(-2,3,4) บนระนาบ YZ คือจุด.....

2.6) ภาพฉายของจุด Q(-2,3,4) บนระนาบ XZ คือจุด.....

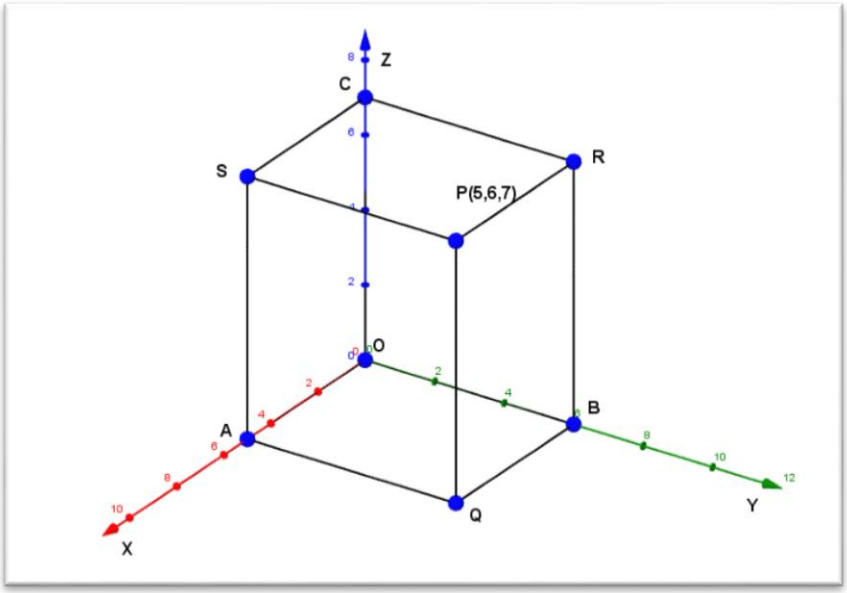
3. ให้นักเรียนวาดกราฟของระบบพิกัดฉากในสามมิติและระบุระนาบในปริภูมิในสามมิติให้ถูกต้อง พร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียดเกี่ยวกับกราฟ



แบบฝึกหัดที่ 3
เรื่อง อัฐภาคในปริภูมิสามมิติ

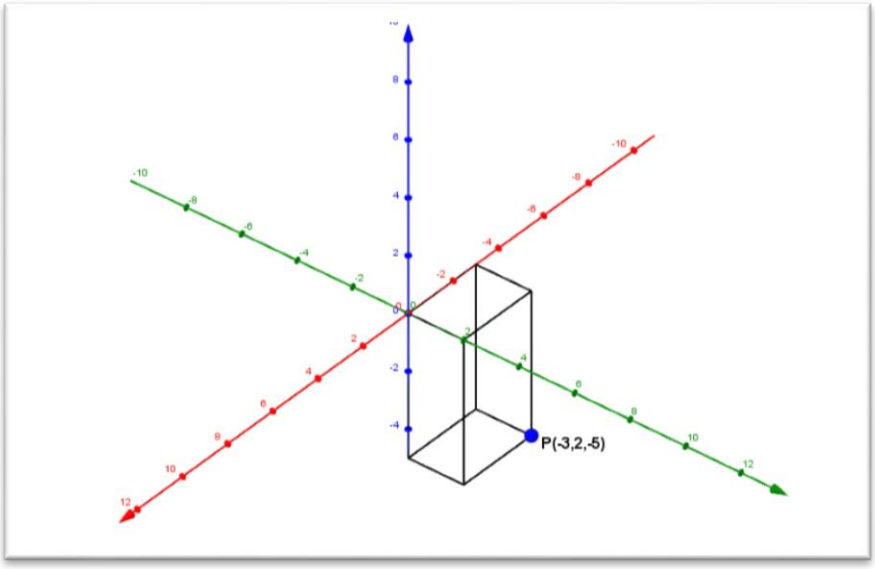
1. กำหนดรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และตำแหน่งของจุด P มาให้ จงระบุอัฐภาคให้ถูกต้อง

1.1) P(5,6,7)



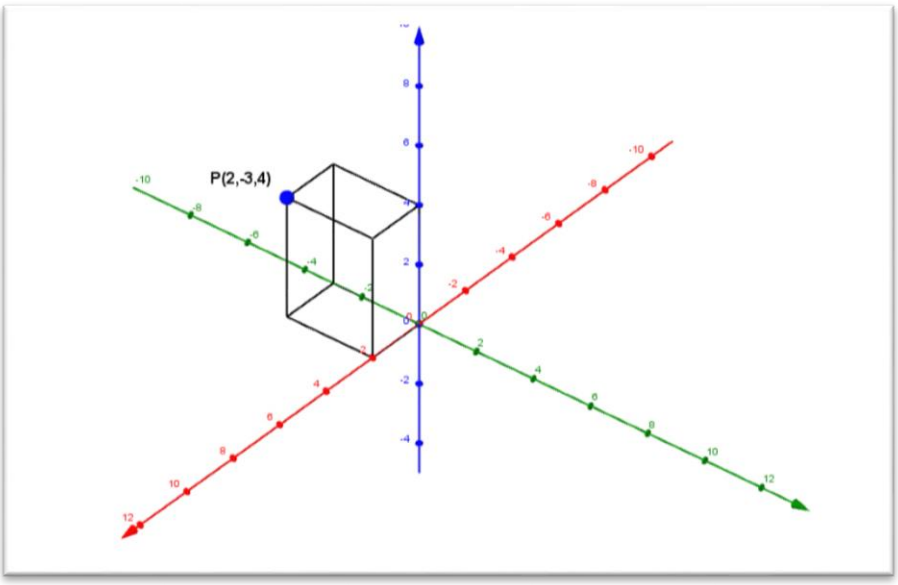
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

1.2) P(-3,2,-5)



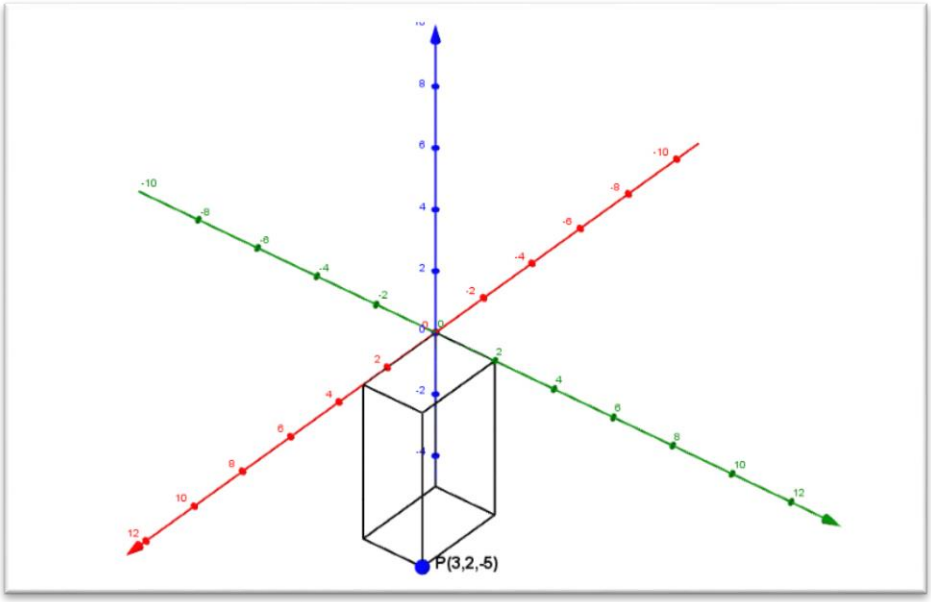
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

1.3) P(2,-3,4)



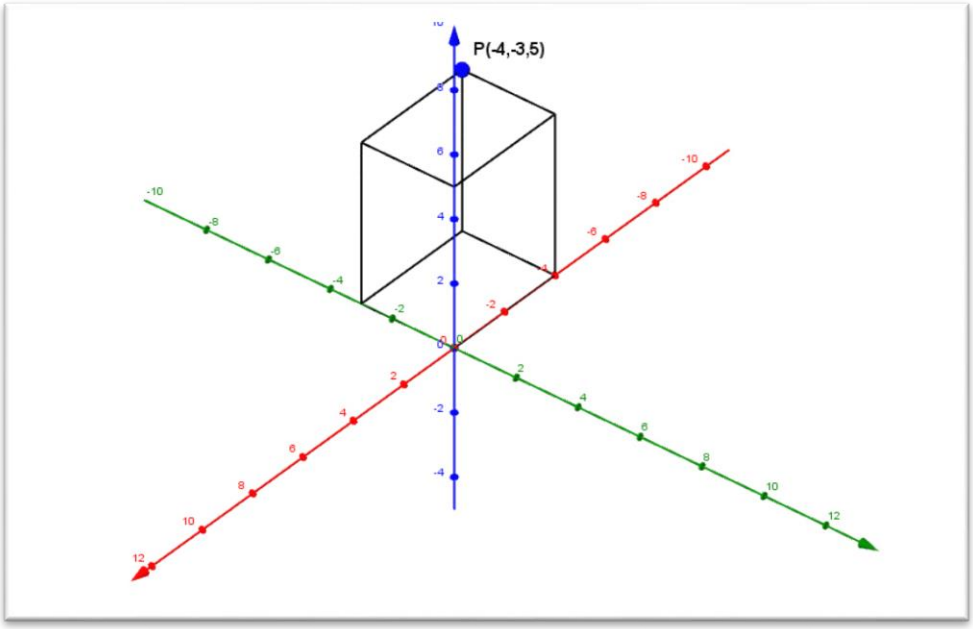
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

1.4) P(3,2,-5)



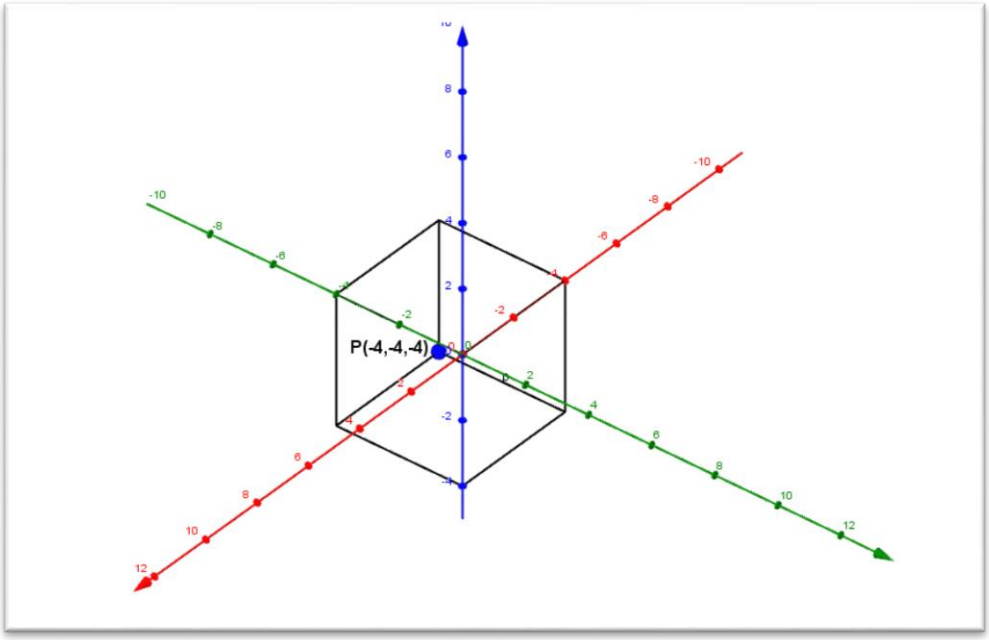
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

1.5) P(-4,-3,5)



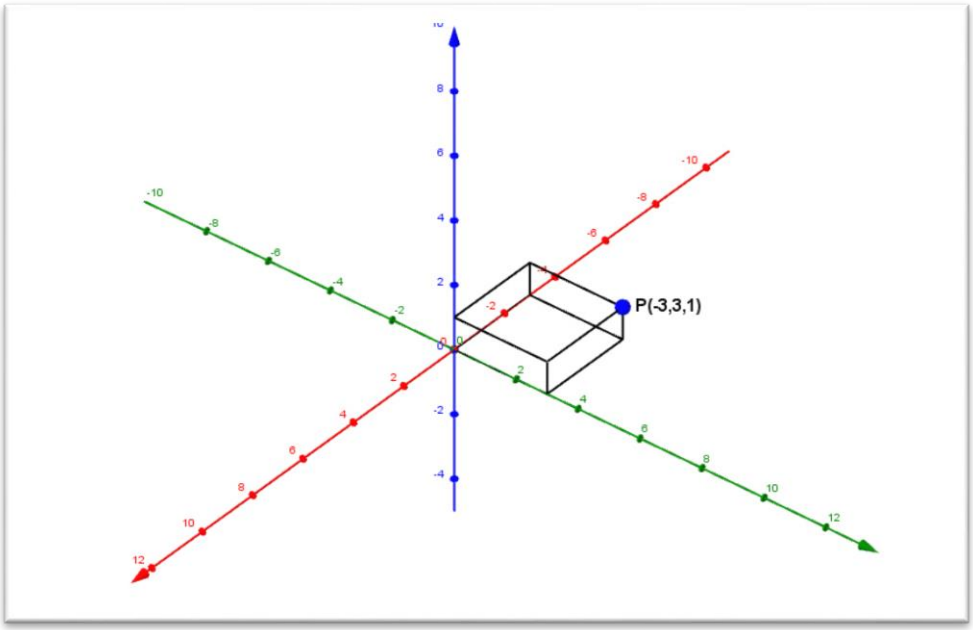
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

1.6) P(-4,-4,-4)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

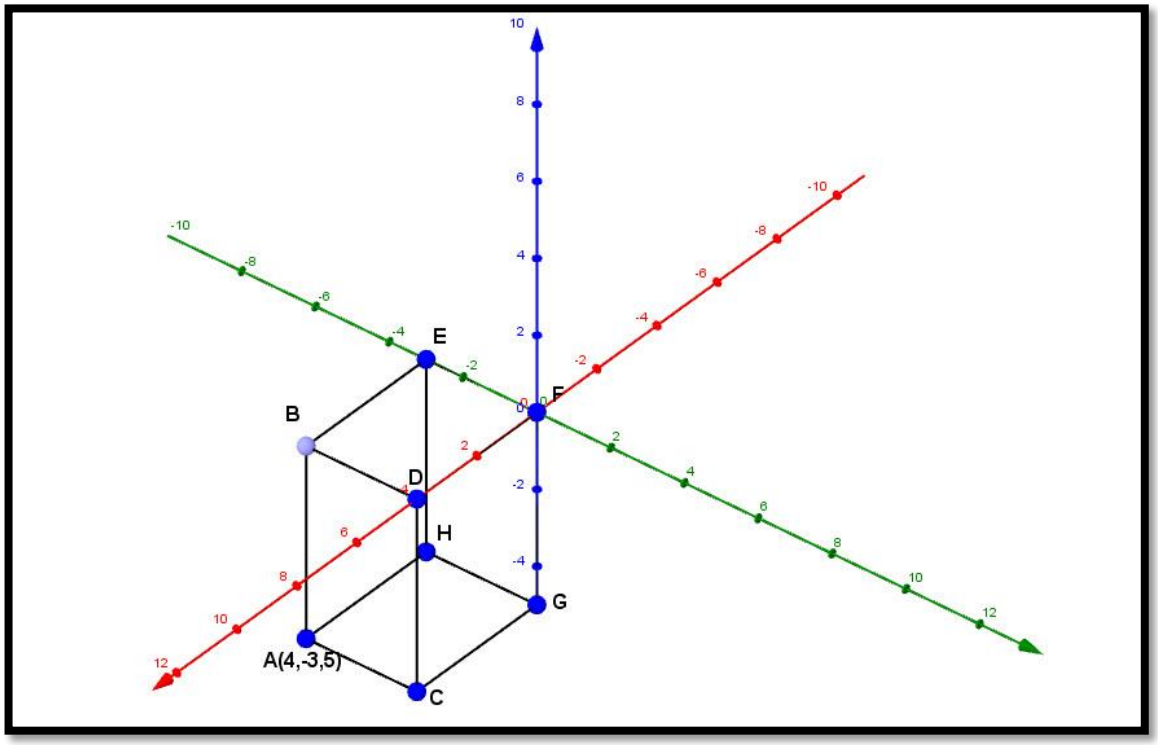
1.7) P(-3,3,1)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

2. จากรูปที่กำหนดให้ จงระบุอัฐภาคของรูปสี่เหลี่ยมและหาตำแหน่งของจุดพิกัดต่างๆ ที่เหลือ

2.1)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

พิกัดของจุด B คือ.....

พิกัดของจุด C คือ.....

พิกัดของจุด D คือ.....

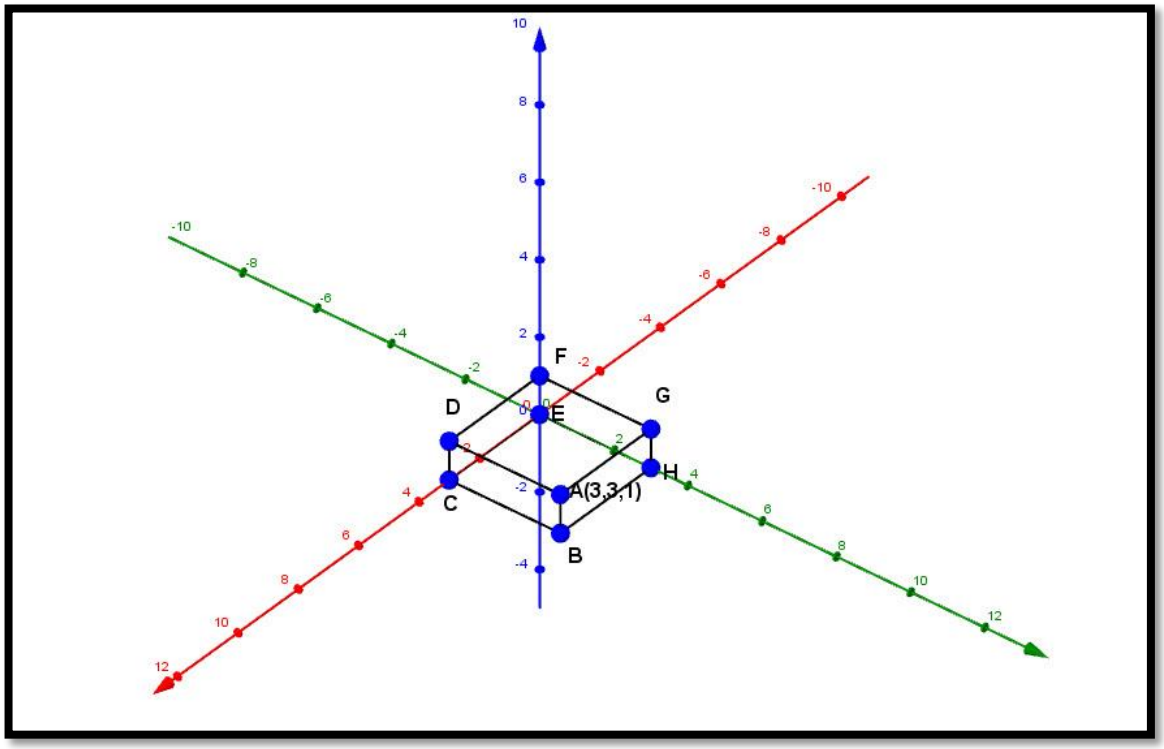
พิกัดของจุด E คือ.....

พิกัดของจุด F คือ.....

พิกัดของจุด G คือ.....

พิกัดของจุด H คือ.....

2.2)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....

พิกัดของจุด B คือ.....

พิกัดของจุด C คือ.....

พิกัดของจุด D คือ.....

พิกัดของจุด E คือ.....

พิกัดของจุด F คือ.....

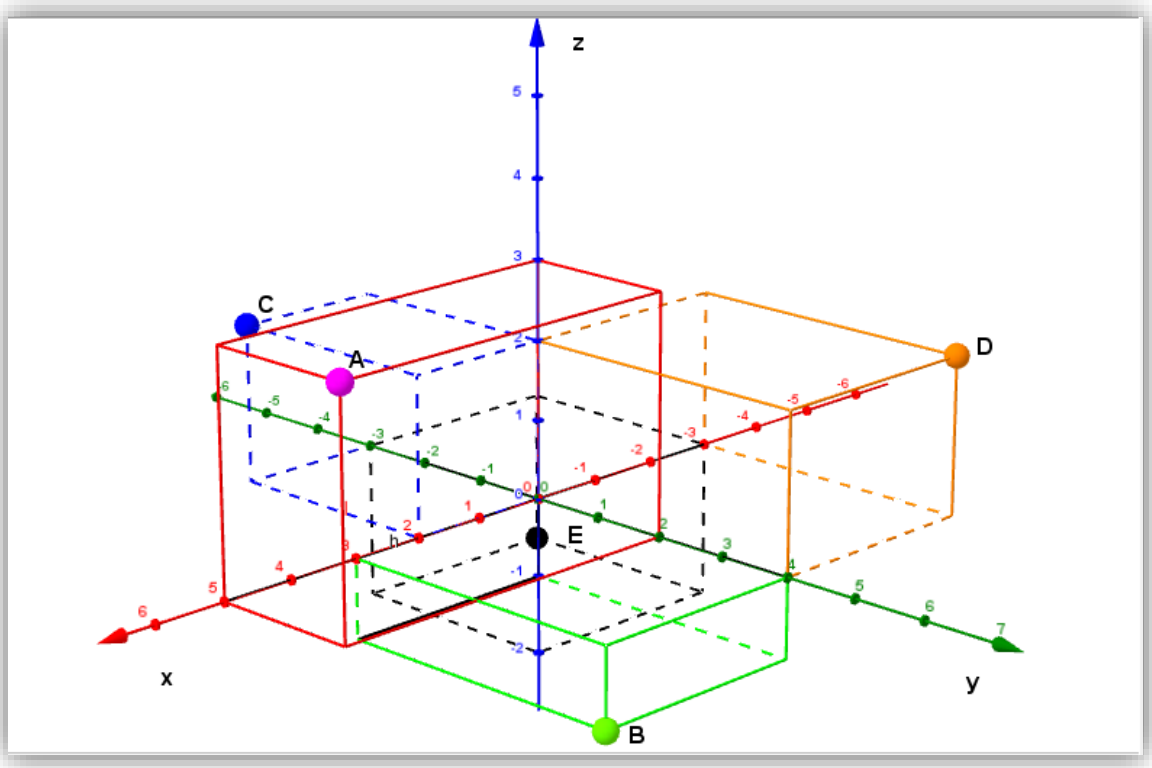
พิกัดของจุด G คือ.....

พิกัดของจุด H คือ.....

3. ให้นักเรียนวาดกราฟของอัฐภาคในปริภูมิสามมิติพร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียดเกี่ยวกับกราฟ

เฉลย แบบฝึกหัดที่ 1
เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

1. ให้นักเรียนใช้กราฟตอบคำถามต่อไปนี้



จงระบุแกนลงในกราฟให้ถูกต้อง

1.1) พิกัดของA คือ...(5,2,3).....

1.2) พิกัดของB คือ...(3,4,-1).....

1.3) พิกัดของC คือ...(2,-3,2)....

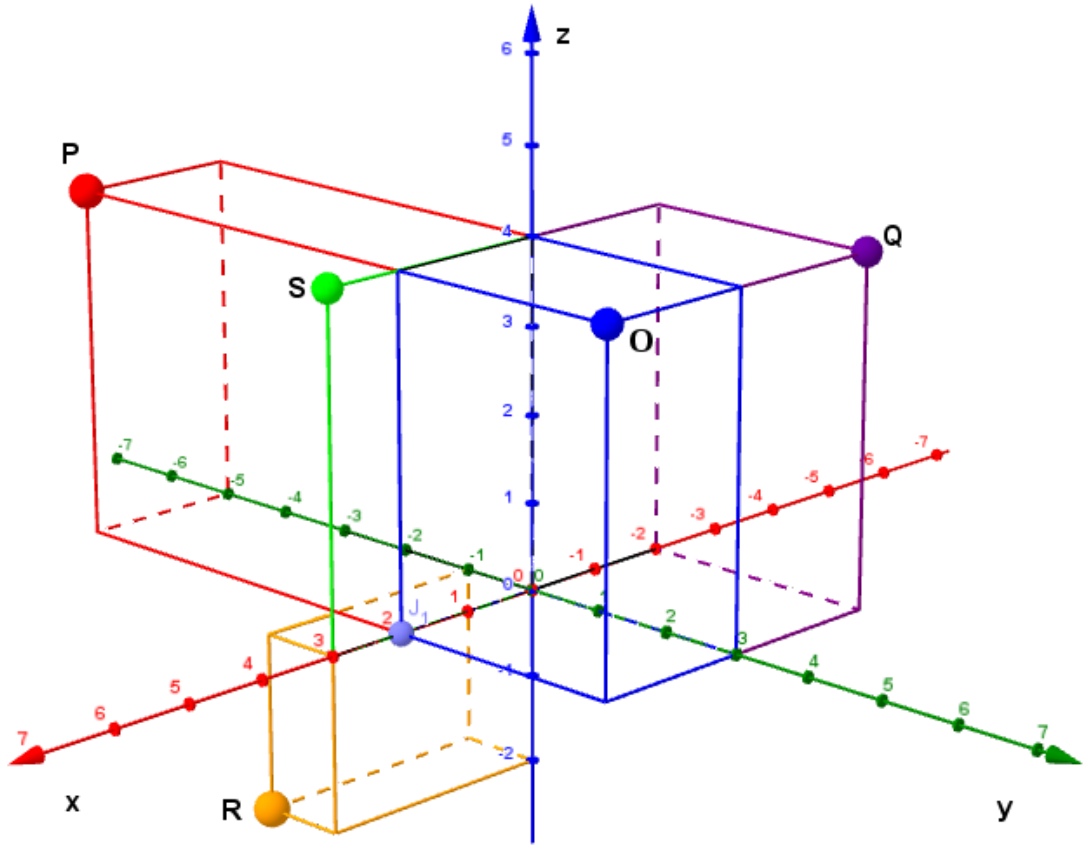
1.4) พิกัดของD คือ...(-3,4,2).....

1.5) พิกัดของE คือ...(-3,-3,-2)..

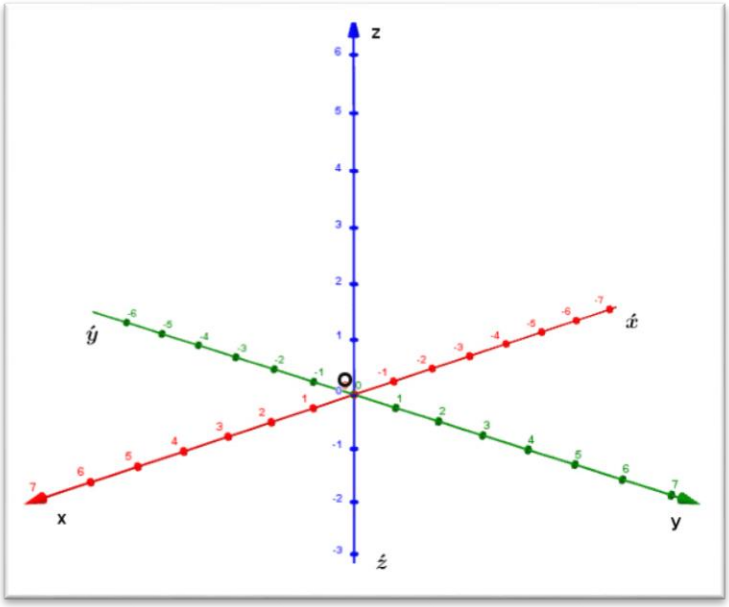
2. ให้นักเรียนวาดพิกัดที่กำหนดให้ลงในกราฟ

2.1 O(2,3,4) 2.2 P(2,-5,4) 2.3 Q(-2,3,4)

2.4 R(3,-1,-2) 2.5 S(3,0,4)



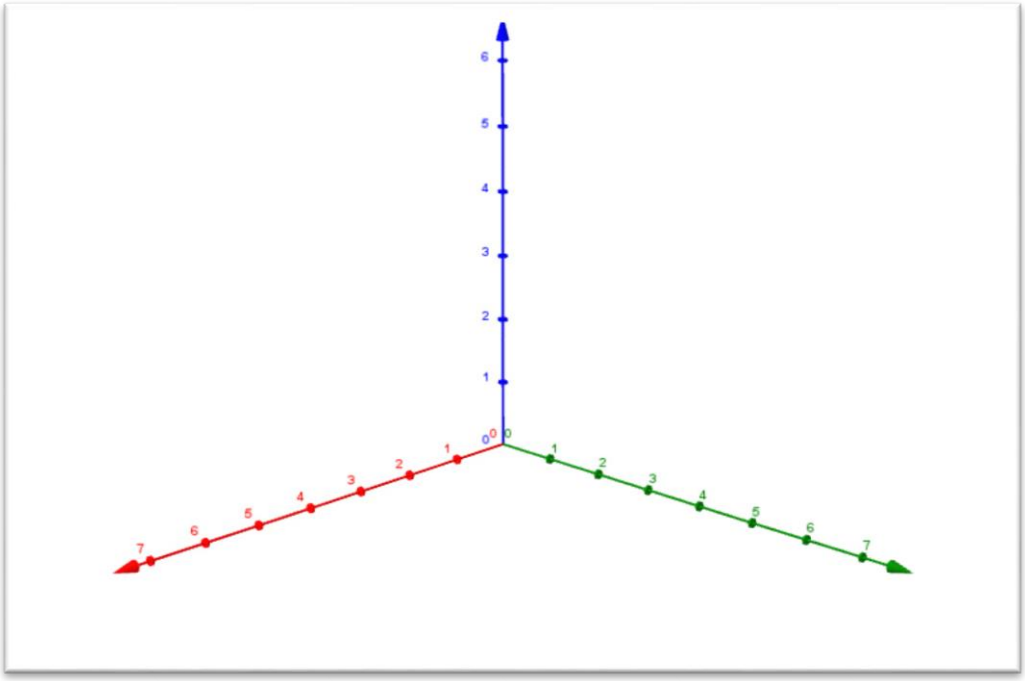
3. ให้นักเรียนวาดกราฟของระบบพิกัดฉากในสามมิติพร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียดเกี่ยวกับกราฟ



กำหนดเส้นตรง XX′ YY′ และ ZZ′ เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด O และตั้งฉากซึ่งกันและกันดังรูป ดังนั้นถ้าให้เส้นตรงทั้งสามเป็นเส้นจำนวน(real line) จะเรียกเส้นตรง XX′ YY′ และ ZZ′ ว่า แกนพิกัด X แกนพิกัด Y และ แกนพิกัด Z หรือเรียกสั้นๆ ว่า แกน X(X - axis) แกน Y(Y - axis) และแกน Z(Z - axis)

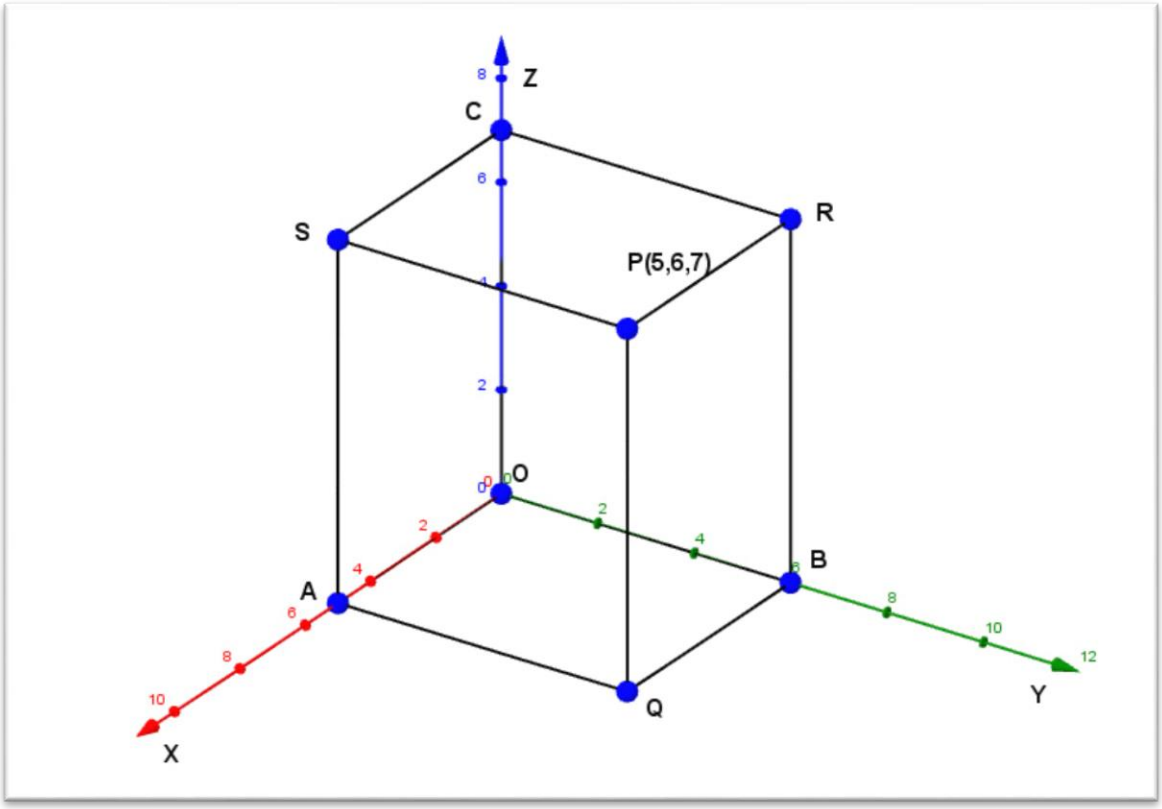
ตามลำดับ และเรียกจุด O ว่าจุดกำเนิด(origin) เรียกเส้นตรง OX OY และ OZ ว่า แกน X ทางบวก (positive X - axis) แกน Y ทางบวก(positive Y - axis) และ แกน Z ทางบวก(positive Z - axis) ตามลำดับ และเรียกส่วนของเส้นตรง OX′ OY′ และ OZ′ ว่า แกน X ทางลบ(negative X - axis) แกน Y ทางลบ(negative Y - axis) และ แกน Z ทางลบ(negative Z - axis)

โดยทั่วไปเมื่อเขียนรูปพิกัดในสามมิตินิยมเขียนเฉพาะ แกน X แกน Y และ แกน Z ที่เน้นเฉพาะทางด้านที่แทนจำนวนจริงบวกซึ่งมีหัวลูกศรกำกับ ดังรูปด้านล่าง โดยละทางด้านจำนวนจริงลบไว้ในฐานที่เข้าใจ


6
5
4
3
2
1
0
0
1
2
3
4
5
6
7
1
2
3
4
5
6
7

เฉลย แบบฝึกหัดที่ 2
เรื่อง ระบบพิกัดฉากในสามมิติ

1. กำหนดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและพิกัดของจุด P คือ (5,6,7) ให้นักเรียนเติมในช่องว่างให้ถูกต้อง



1.1) จุด Q อยู่บนระนาบ....XY..... มีพิกัดคือ....(5,6,0).....

1.2) จุด R อยู่บนระนาบ....YZ..... มีพิกัดคือ....(0,6,7).....

1.3) จุด S อยู่บนระนาบ....XZ..... มีพิกัดคือ....(5,0,7).....

1.4) จุด A อยู่บนแกน....X..... มีพิกัดคือ....(5,0,0).....

1.5) จุด B อยู่บนแกน....Y..... มีพิกัดคือ....(0,6,0).....

1.6) จุด C อยู่บนแกน....Z..... มีพิกัดคือ....(0,0,7).....

1.7) ภาพฉายของ P(5,6,7) บนระนาบ XY คือ....Q(0,0,7).....

บนระนาบ YZ คือ....R(0,6,7).....

บนระนาบ XZ คือ....S(5,0,7).....

บนแกน X คือ....A(5,0,0).....

บนแกน Y คือ....B(0,6,0).....

บนแกน Z คือ....C(0,0,7).....

2. จงหาภาพฉายของจุดบนระนาบที่กำหนดให้

2.1) ภาพฉายของจุด P(2,-5,6) บนระนาบ XY คือจุด....(2,-5,0).....

2.2) ภาพฉายของจุด P(2,-5,6) บนระนาบ YZ คือจุด....(0,-5,6).....

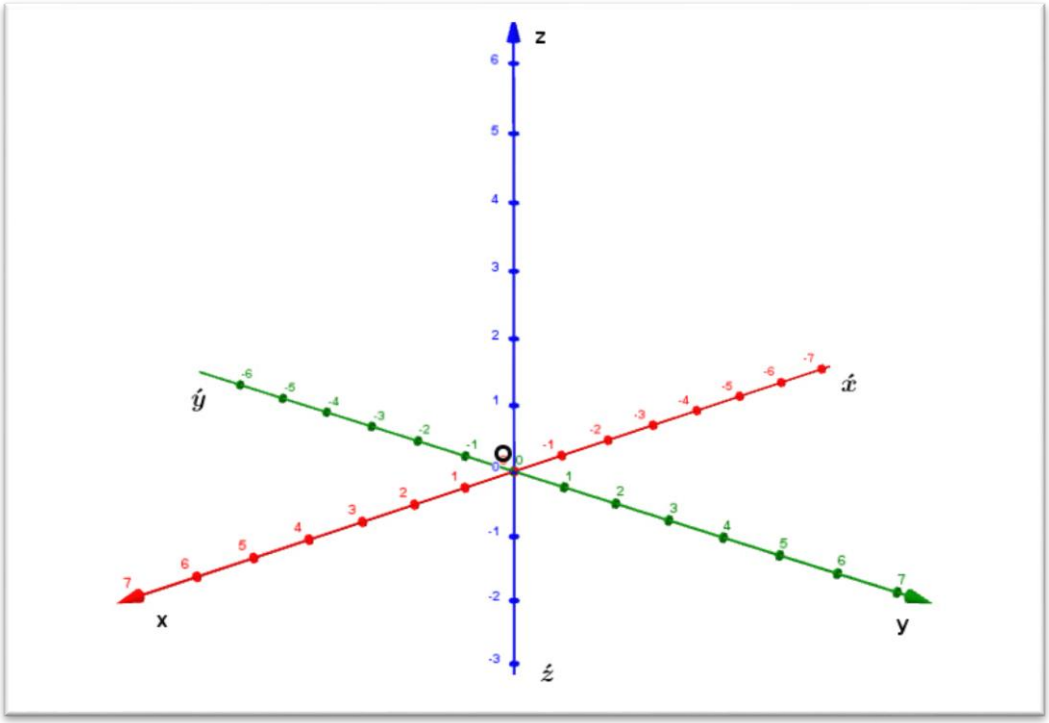
2.3) ภาพฉายของจุด P(2,-5,6) บนระนาบ XZ คือจุด....(2,0,6).....

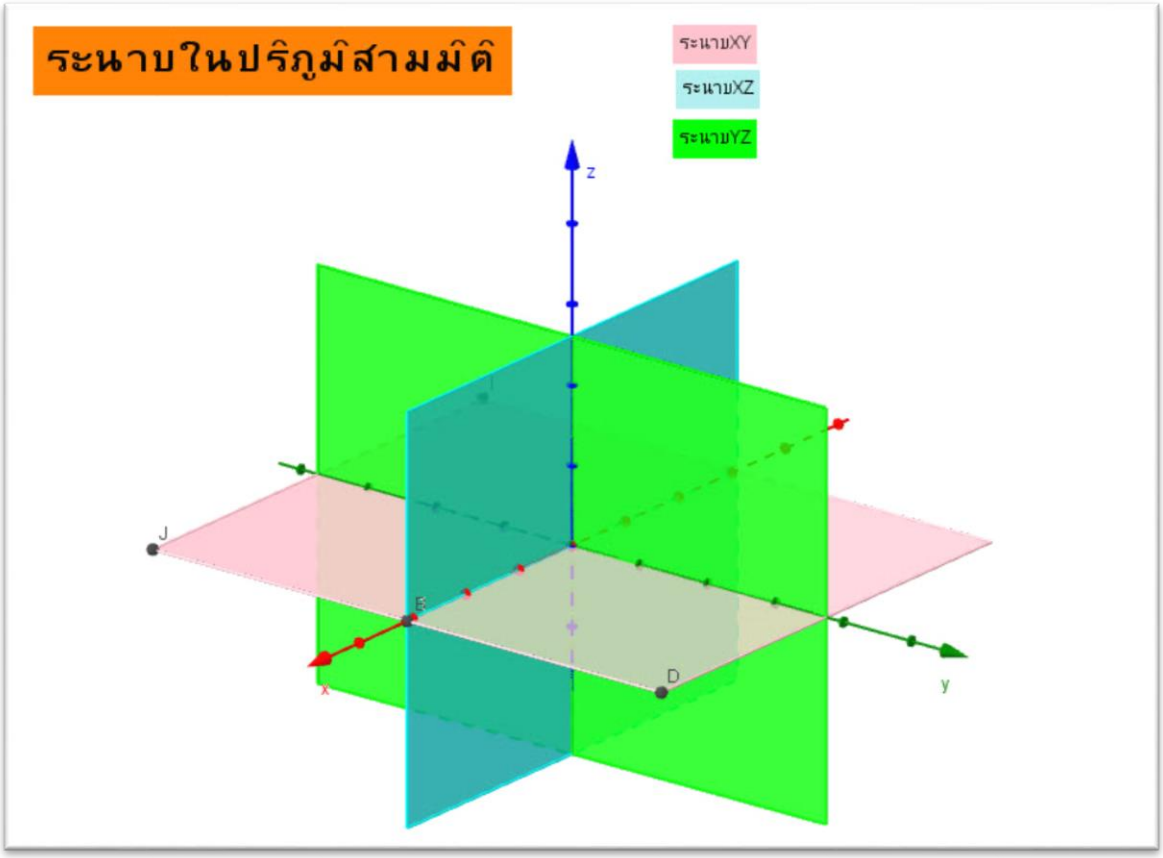
2.4) ภาพฉายของจุด Q(-2,3,4) บนระนาบ XY คือจุด....(-2,3,0).....

2.5) ภาพฉายของจุด Q(-2,3,4) บนระนาบ YZ คือจุด....(0,3,4).....

2.6) ภาพฉายของจุด Q(-2,3,4) บนระนาบ XZ คือจุด....(-2,0,4).....

3. ให้นักเรียนวาดกราฟของระบบพิกัดฉากในสามมิติและระบุระนาบในปริภูมิในสามมิติให้ถูกต้อง พร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียดเกี่ยวกับกราฟ



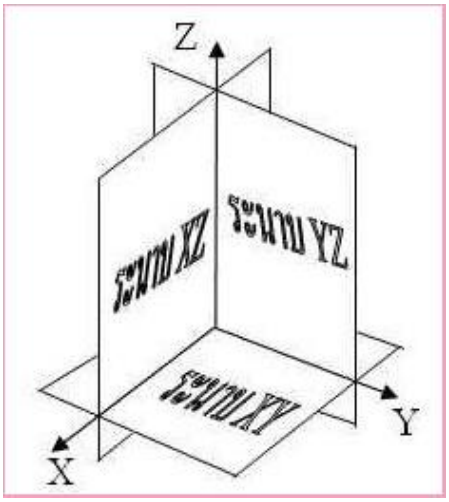


แกน X แกน Y และ แกน Z จะกำหนดระนาบขึ้น 3 ระนาบ เรียกว่า ระนาบอ้างอิง

เรียกระนาบที่กำหนดให้ด้วย แกน X และแกน Y ว่า ระนาบอ้างอิง XY

เรียกระนาบที่กำหนดให้ด้วย แกน X และแกน Z ว่า ระนาบอ้างอิง XZ

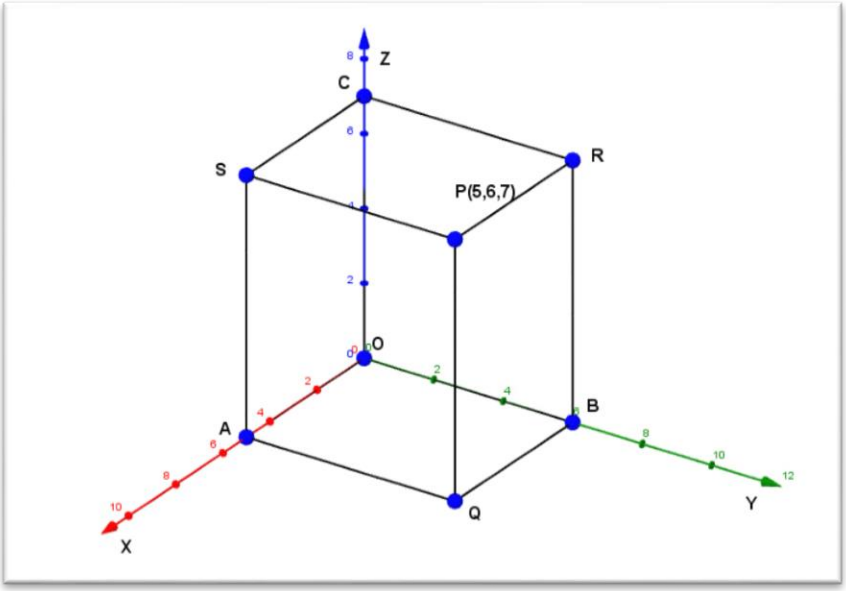
เรียกระนาบที่กำหนดให้ด้วย แกน Y และแกน Z ว่า ระนาบอ้างอิง YZ



แบบฝึกหัดที่ 3
เรื่อง อัฐภาคในปริภูมิสามมิติ

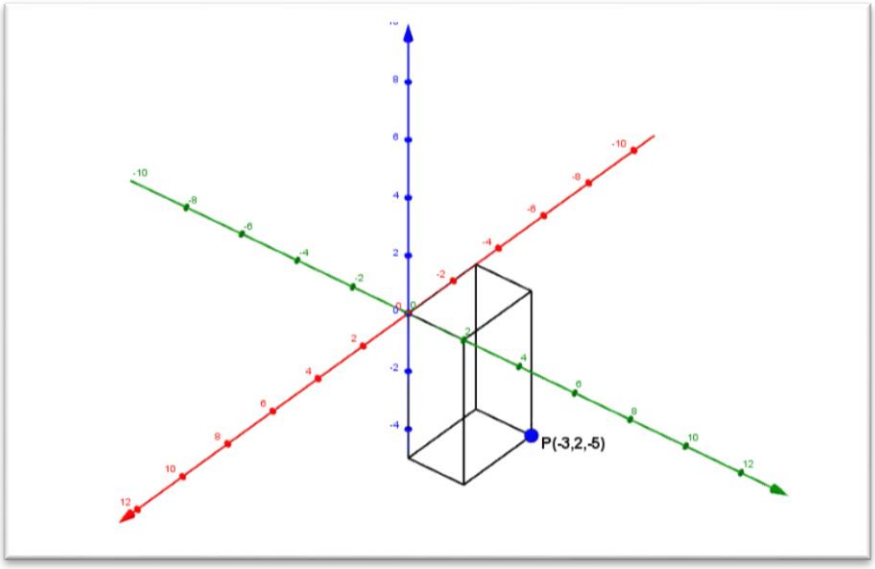
1. กำหนดรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก และตำแหน่งของจุด P มาให้ จงระบุอัฐภาคให้ถูกต้อง

1.1) P(5,6,7)



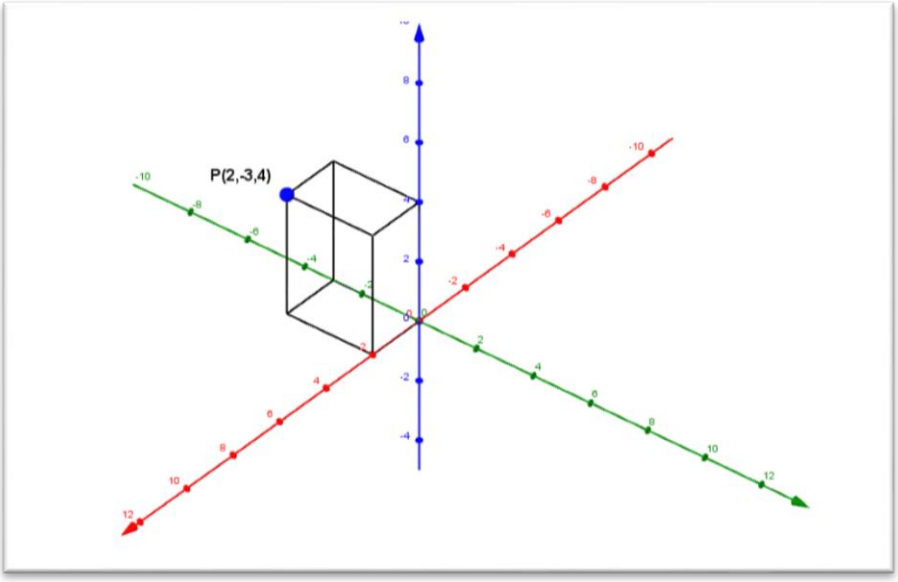
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...1.....

1.2) P(-3,2,-5)



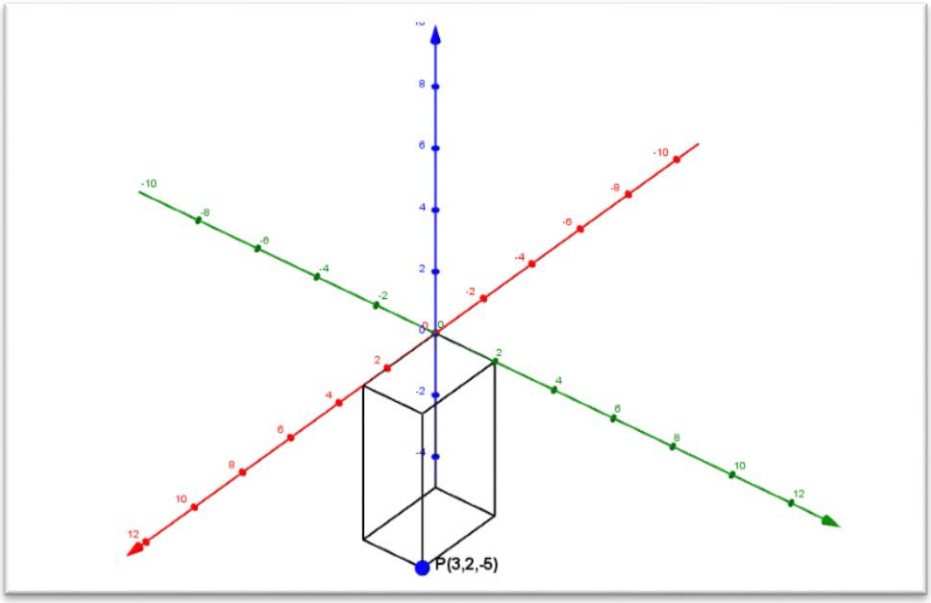
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...6.....

1.3) P(2,-3,4)



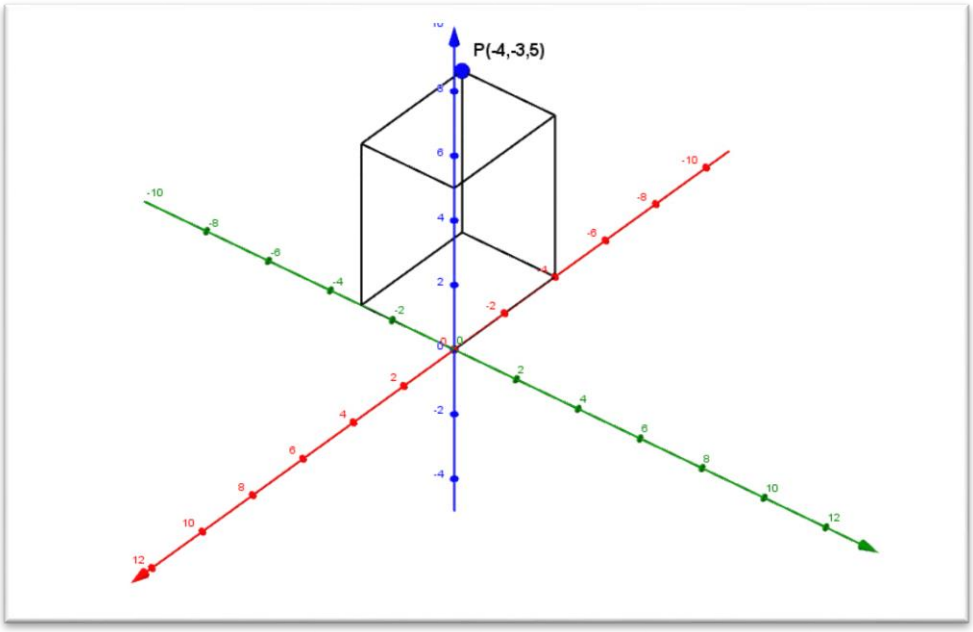
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...4.....

1.4) P(3,2,-5)



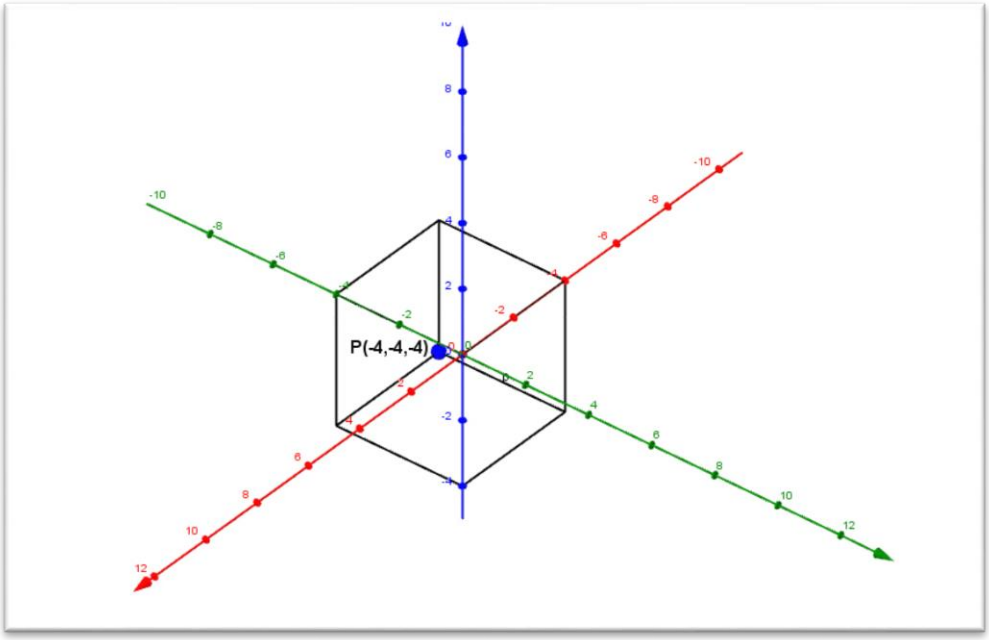
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...8.....

1.5) P(-4,-3,5)



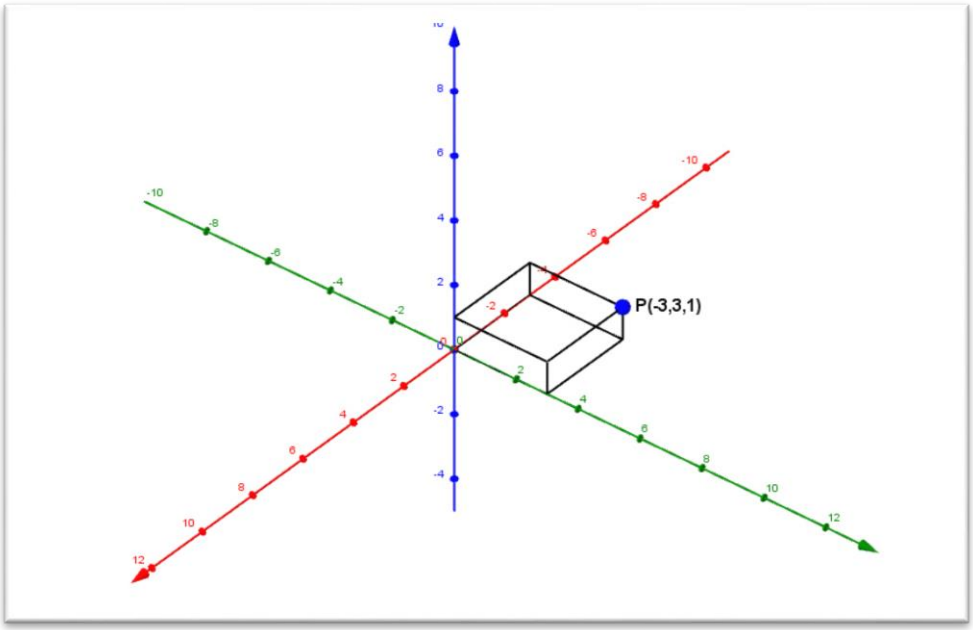
รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...3.....

1.6) P(-4,-4,-4)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...7.....

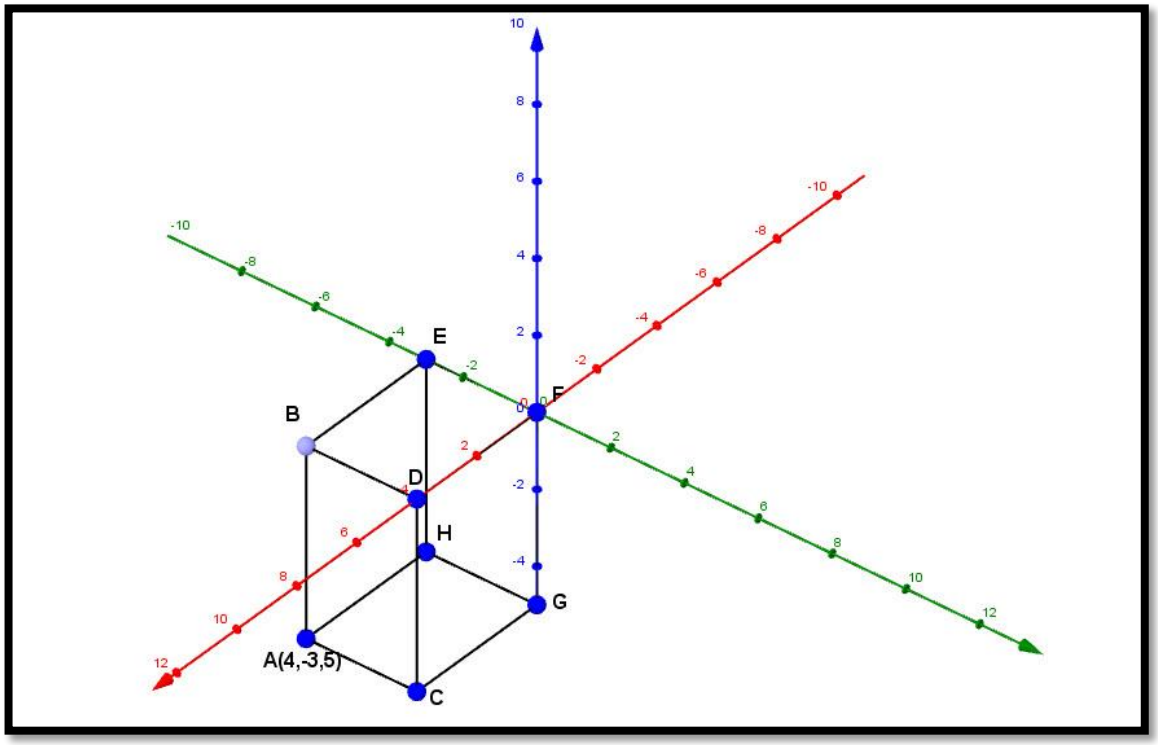
1.7) P(-3,3,1)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...2.....

2. จากรูปที่กำหนดให้ จงระบุอัฐภาคของรูปสามเหลี่ยมและหาตำแหน่งของจุดพิกัดต่างๆ ที่เหลือ

2.1)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่...8.....

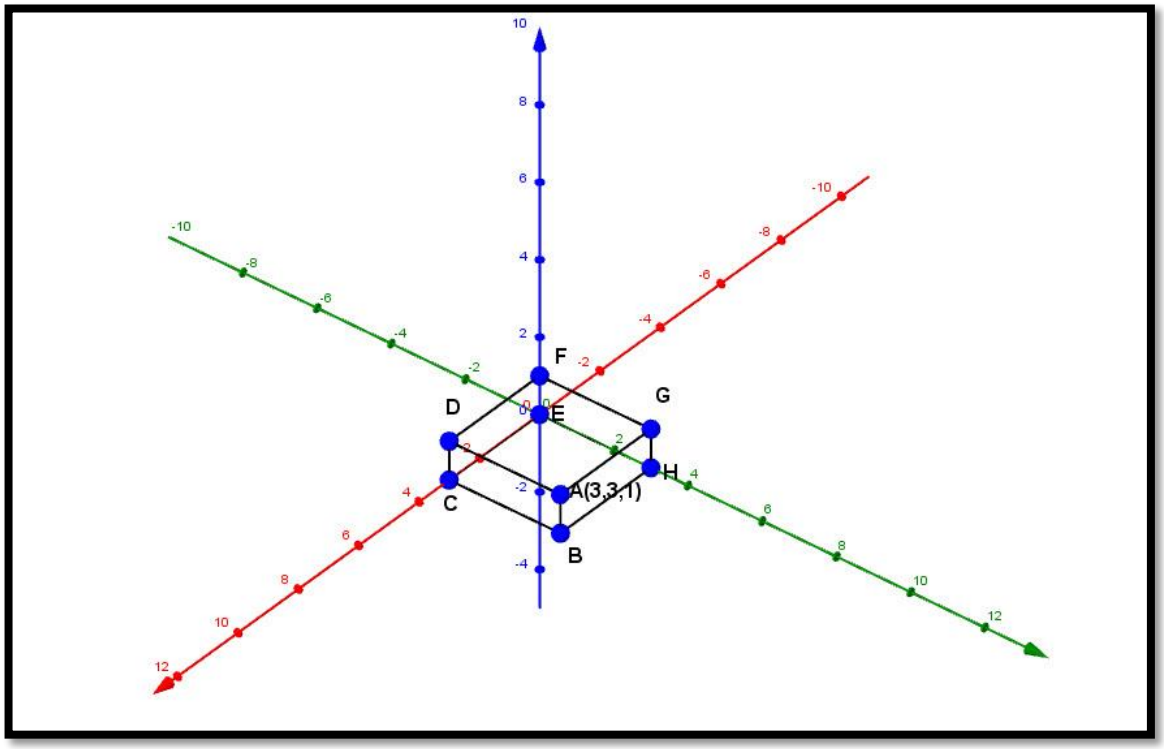
พิกัดของจุด B คือ....(4,-3,0)..... พิกัดของจุด C คือ.....(4,0,5).....

พิกัดของจุด D คือ.....(4,0,0)..... พิกัดของจุด E คือ.....(0,-3,0).....

พิกัดของจุด F คือ.....(0,0,0)..... พิกัดของจุด G คือ.....(0,0,-5).....

พิกัดของจุด H คือ.....(0,-3,-5).....

2.2)



รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่ในอัฐภาคที่.....1.....

พิกัดของจุด B คือ.....(3,3,0).....

พิกัดของจุด C คือ.....(3,0,0).....

พิกัดของจุด D คือ.....(3,0,1).....

พิกัดของจุด E คือ.....(0,0,0).....

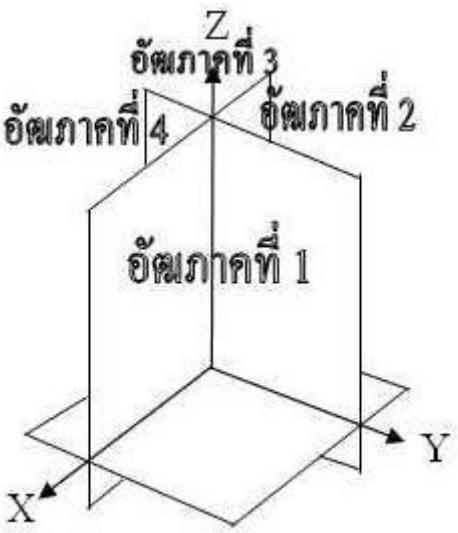
พิกัดของจุด F คือ.....(0,0,1).....

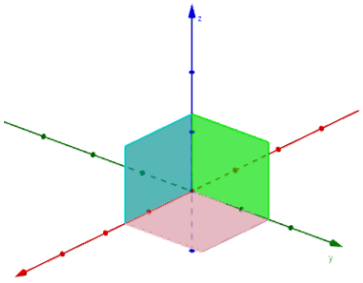
พิกัดของจุด G คือ.....(0,3,1).....

พิกัดของจุด H คือ.....(0,3,0).....

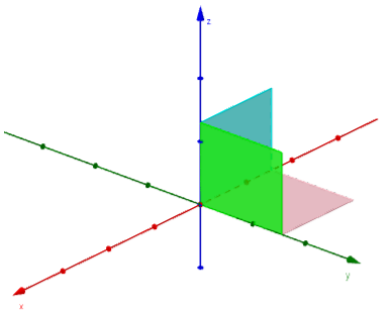
3. ให้นักเรียนวาดกราฟของอัฐภาคในปริภูมิสามมิติพร้อมทั้งอธิบายอย่างละเอียดเกี่ยวกับกราฟ

ระนาบ XY ระนาบ YZ และระนาบ XZ ทั้งสามระนาบ จะแบ่งปริภูมิสามมิติ ออกเป็น 8 บริเวณ คือ เหนือระนาบ XY จำนวน 4 บริเวณ และใต้ระนาบ XY จำนวน 4 บริเวณ เรียกแต่ละบริเวณว่า อัฐภาค (octant) ดังรูปที่ 1 อัฐภาคที่บรรจุ แกน X แกน Y และ แกน Z ทางบวกจะเรียกว่า อัฐภาคที่ 1 ส่วนอัฒภาคอื่นๆ จะใช้ข้อตกลงเดียวกับในระบบพิกัดฉากสองมิติ (นับทวนเข็มนาฬิกา) โดยพิจารณาบริเวณเหนือระนาบ XY ก่อน

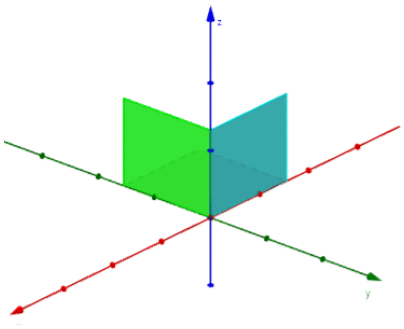




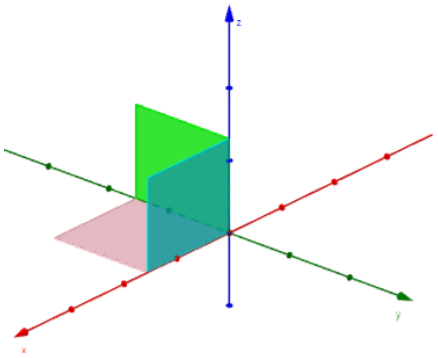
อัฐภาคที่ 1



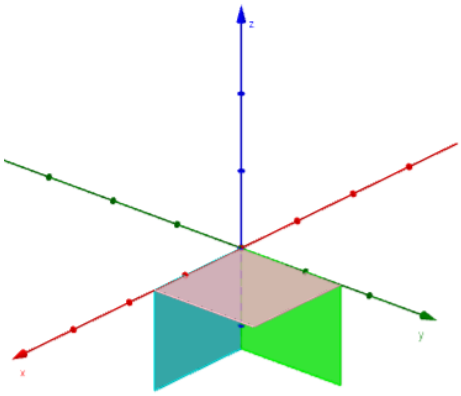
อัฐภาคที่ 2



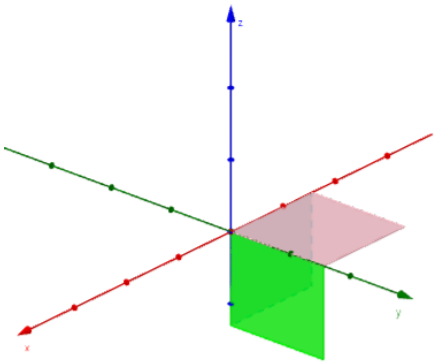
อัฐภาคที่ 3



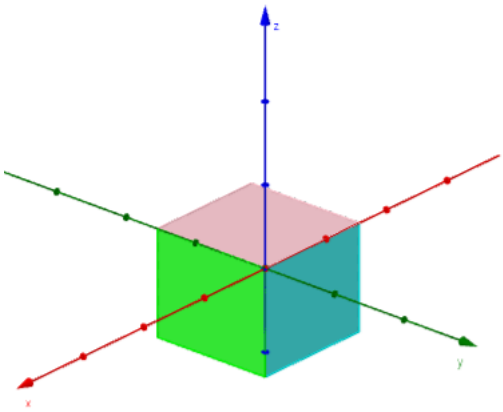
อัฐภาคที่ 4



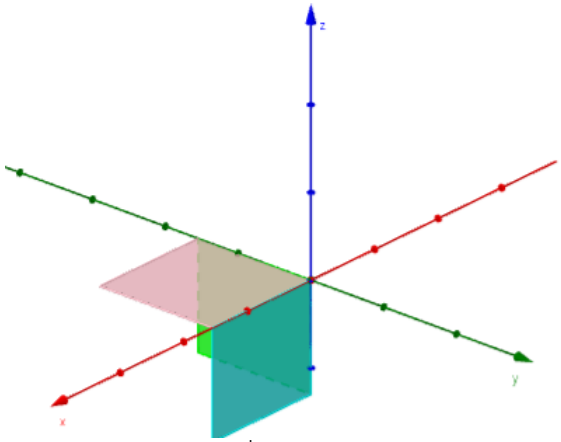
อัฐภาคที่ 5



อัฐภาคที่ 6



อัฐภาคที่ 7



อัฐภาคที่ 8

ภาคผนวก ข
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ผศ.ดร.ไพรินทร์ สุวรรณศรี	อาจารย์ประจำ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี อำเภอวารินชำราบ จังหวัดอุบลราชธานี
2. นายบุญเย็น ทองคำ	อาจารย์ประจำ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี อำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี
3. นางอนุช อาจสาลี	ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกระสังพิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32
4. นางธัญพร แซ่เทียน	ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกระสังพิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32
5. นางณัฐพร นวนสาย	ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32

ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน ได้ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

กนกวรรณ อุดมมาก. **การศึกษามโนทัศน์ทางเรขาคณิต เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchped**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, 2553.

เกตุกนก หนูดี. **ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรมC.a.R และโปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต** : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553

ชื่นจิต โฉมอุดม. **กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ โดยใช้คอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี**. วิทยานิพนธ์ ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต(หลักสุตรและการสอน).กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2549.

ประไพศรี เหง้าชัยภูมิ. **ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด**.การศึกษาค้นคว้าอิสระ ปริญญาศึกษาศาสตร มหาบัณฑิต แขนงวิชาหลักสูตรและการสอน สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2552.

ปิยะวุฒิ ศรีชนะ. **ชุดการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม GeoGebra สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่6**.วิทยานิพนธ์ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิตสาขาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย : มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี, 2556.

บุญชม ศรีสะอาด. **การวิจัยเบื้องต้น**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สุวีริยสาส์น, 2545.

พงศักดิ์ วุฒิสันต์. **GeoGebra อีกทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจของครูคณิตศาสตร์**. นิตยาสาร สสวท, 41(181), 13 – 16; 2556.

เมธาสิทธิ์ ธัญรัตนศรีสกุล.(2558). **การพัฒนาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการสอนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.** เข้าถึงได้จาก https://drive.google.com/file/d/0B6Ji7usYAmZ7OmtOa2h1WjNucms/view,1, 20 เมษายน 2560.

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

วรรณวิภา สุทธเกียรติ. **การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้.** วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 2542

วุฒิชัย ภูดีและนครราช อันสุข.(2558). **การพัฒนาโปรแกรมเสริมกระบวนการคิดขั้นสูงด้วยโปรแกรม GeoGebra เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติกับสามมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. เข้าถึงได้จาก https://drive.google.com/file/d/0 B6 Ji7 usYAmZ7 QmtQa2 h1 WjNucms/view, 261,20 เมษายน 2560.

ศรีศักดิ์ จามรมาน. “**การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์เพื่อการเรียนการสอน**”, วารสารรามคำแหง. 15(3) : 10 ; ตุลาคม – ธันวาคม, 2535

สุทิน บับภาวะตา. **ผลของการใช้โปรแกรม GoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตัคติวิสต์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนางรอง จังหวัดบุรีรัมย์**. วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีการสอนการสอน. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา, 2558.

สุพัชชณพงศ์ อร่ามวิทย์.(2558). **ผลการทดลองชุดฝึกทักษะเวกเตอร์ในสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงงเรียนหาดใหญ่ประชาสรรค์ จังหวัดสงขลา**. การประชุมหาดใหญ่วิชาการระดับชาติ ครั้งที่ 6 26 มิถุนายน 2558 มหาวิทยาลัยหาดใหญ่, 20 เมษายน 2560.

สมเกียรติ พาบุ. **การใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.**วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีการสอนการสอน. มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา, 2558.

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

แสงดาว เพชรสมบัติ. **การศึกษาความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม THE GEOMETER'S SKETCHPAD (GSP) เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้สำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัยสุภานุวงศ์ สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิตสาขาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย : มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2552.

อนุวัฒน์ เดชไธสง. **ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ : มหาวิทยยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.

Dikovic, L. **Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level**. Computer Science and Information Systems, 6(2), 191–203, 2009.

Jupri, A., Drijvers, P., & van den Heuvel-Panhuizen, M. Improving Grade 7 Students' Achievement in Initial Algebra Through a Technology-Based Intervention. Digital Experiences in Mathematics Education, 1(1), 28–58, 2015.

M.Hohenwarter , J.Preiner, **Dynamic mathematics with GeoGebra**. The Journal of Online Mathematics and Its Application, 2007.

NCTM. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics. Reston**, Va.: The NationalCouncil of Teachers of Mathematics. Retrieved September 10, 2004, from: http://standards.nctm.org

Rahul Chandra Kushwaha, Praveen K. Chaurasia and Achintya Singhal. Creating Dynamic Webpage for GeoGebra Quiz Applet**. Nternational Journal of Information and Computation Technology**. (3)3 : 175-180; Number 3, 2013.

Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, 31, 183–187, 2012.

Zulnaidi, H., & Zakaria, E. The Effect of Using GeoGebra on Conceptual and Procedural Knowledge of High School Mathematics Students. **Asian Social Science**, 8(11), 2012.